# Baccalauréat STI Génie électronique Polynésie juin 2006

**EXERCICE 1** **5 points**

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $\left(O ; \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}\right)$ (unité graphique : 2 cm). Soient les nombres complexes $z_1 = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ et $z_2 = 1 + i\sqrt{3}$.

1. **a.** Déterminer le module et un argument des nombres $z_1$ et $z_2$.
   **b.** Placer les points A et B d'affixes respectives $z_1$ et $z_2$.
2. Soit $Z$ le nombre complexe tel que $Z = \dfrac{z_2}{z_1}$.
   Écrire $Z$ sous forme exponentielle, en déduire une mesure en radians de l'angle $\theta$ de la rotation de centre O qui transforme A en B.
3. **a.** Écrire $Z$ sous forme trigonométrique.
   **b.** En utilisant les formes algébriques de $z_1$ et $z_2$, déterminer la forme algébrique de $Z$.
   **c.** En déduire les valeurs exactes de $\cos\left(\dfrac{\pi}{12}\right)$ et de $\sin\left(\dfrac{\pi}{12}\right)$.

**EXERCICE 2** **4 points**

Un commercial vend entre 0 et 4 voitures d'un certain modèle en une semaine. Soit $X$ la variable aléatoire qui, pour une semaine, donne le nombre de voitures vendues. $X$ suit la loi de probabilité ci-dessous :

| Nombre de voitures vendues | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $p(X = k)$ | 0,26 | 0,23 | | 0,15 | 0,05 |

1. Calculer la probabilité de vendre exactement deux voitures en une semaine.
2. Justifier que la probabilité de vendre au moins deux voitures en une semaine est égale à $0,51$.
3. Donner une représentation graphique de la fonction de répartition $F$ de cette loi dans un repère convenablement choisi.
4. Calculer l'espérance mathématique de cette variable aléatoire. En déduire le nombre moyen de voitures vendues en une année (c'est-à-dire 52 semaines).
5. Le prix de vente d'une voiture est de 13 500 €. Le vendeur perçoit une commission de 0,4 % sur le prix de vente pour chaque voiture vendue. Déterminer le montant moyen de la commission perçue en un an.

**PROBLÈME** **11 points**

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $\left(O ; \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$ (unité graphique : 2 cm).
Soit une fonction $f$ définie sur un intervalle I. On a déterminé expérimentalement des valeurs de $f$ qui ont permis d'obtenir une partie de la courbe $(\mathscr{C})$, représentative de la fonction $f$, et sa tangente (T) au point O (voir feuille annexe).

**Partie A**

1. À l'aide du graphique, déterminer $f(0)$ et $f'(0)$.
2. On admet que l'expression de $f(x)$ est de la forme $f(x) = ax + b - \ln(10x+1)$ où $a$ et $b$ sont des réels.
   **a.** Déterminer $f'(x)$ en fonction de $a$.
   **b.** En utilisant les résultats du 1., déterminer les réels $a$ et $b$.

**Partie B**

On admet désormais que la fonction $f$ est définie sur l'intervalle $\mathrm{I} = ]-0,1\ ;\ 10]$ par

$$f(x) = 0,5x - \ln(10x+1).$$

1. Calculer $\displaystyle\lim_{\substack{x \to -0,1 \\ x > -0,1}} f(x)$. Que peut-on en déduire pour la courbe $(\mathscr{C})$ représentant $f$ ?
2. Calculer la fonction $f'$ dérivée de la fonction $f$. Montrer que $f'(x)$ a le même signe que $5x - 9,5$ sur l'intervalle I.
   Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle I.
3. Dresser le tableau de variations de la fonction $f$.
4. Justifier que l'équation $f(x) = 0$ a dans l'intervalle $[6\,;\,10]$ une solution unique, que l'on notera $\alpha$.
   Déterminer un encadrement de $\alpha$ d'amplitude $10^{-2}$.
5. Soit $F$ la fonction définie sur l'intervalle $\mathrm{I} = ]-0,1\ ;\ 10]$ par :

$$F(x) = 0,25x^2 + x - (x+0,1)\ln(10x+1)$$

   **a.** Démontrer que $F$ est une primitive de la fonction $f$ sur l'intervalle I.
   **b.** Calculer l'intégrale $\mathrm{J} = \displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$. On donnera la valeur exacte.
   **c.** On considère dans le repère défini initialement, l'ensemble des points $M$ de coordonnées $(x\ ;\ y)$ tels que : $\left\{\begin{array}{lclcl} 0 & \leqslant & x & \leqslant & 1 \\ f(x) & \leqslant & y & \leqslant & 0 \end{array}\right.$
   Utiliser la question précédente pour déterminer l'aire $\mathscr{A}$ en cm$^2$ de cette région. On en donnera la valeur décimale arrondie à $10^{-2}$ près.

**Annexe (problème)**