

⌘ Baccalauréat STI Métropole septembre 2006 ⌘
Génie des matériaux, mécanique B, C, D, E

EXERCICE 1

5 points

1. Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation suivante :

$$z^2 + 2z\sqrt{3} + 4 = 0$$

On note z_1 la solution dont la partie imaginaire est positive, z_2 la solution dont la partie imaginaire est négative.

2.
 - a. Déterminer le module et un argument de z_1 puis de z_2 .
 - b. En déduire le module et un argument de z_1^2 puis de z_2^2 .
 - c. Donner les formes algébriques des nombres complexes z_1^2 et z_2^2 .
3. Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal $(O; \vec{u}, \vec{v})$ (unité graphique : 2 cm).
 - a. Placer les points A, B, C, D d'affixes respectives $z_A = -\sqrt{3} + i$, $z_B = -\sqrt{3} - i$, $z_C = 2 - 2i\sqrt{3}$ et $z_D = 2 + 2i\sqrt{3}$.
 - b. Quelle est la nature du quadrilatère ABCD? Justifier la réponse.

EXERCICE 2

5 points

Une entreprise produit des rondelles métalliques. Ces rondelles peuvent présenter deux défauts :

- un défaut de diamètre,
- un défaut d'épaisseur.

Le pourcentage des pièces présentant un défaut de diamètre est de 6 %. Celui des pièces présentant un défaut d'épaisseur est de 8 %. Le pourcentage des pièces présentant les deux défauts est de 5 %.

1. Recopier et compléter le tableau suivant en indiquant dans chaque case le pourcentage correspondant :

	Avec le défaut de diamètre	Sans le défaut de diamètre	Total
Avec le défaut d'épaisseur			
Sans le défaut d'épaisseur			
Total	6 %		100 %

2. Une pièce est choisie au hasard dans la production. Toutes les pièces ont la même probabilité d'être choisies. Montrer que la probabilité p_1 de présenter un défaut d'épaisseur et pas de défaut de diamètre est égale à 3 %.
3. Une pièce est choisie au hasard parmi les pièces présentant un défaut de diamètre. Quelle est la probabilité p_2 qu'elle présente un défaut d'épaisseur?
4. Soit X la variable aléatoire qui à toute pièce de cette production prise au hasard associe le nombre de défauts observés sur celle-ci.
 - a. Quelles sont les valeurs prises par la variable aléatoire X ?
 - b. Donner sous la forme d'un tableau la loi de la variable aléatoire X .
 - c. Calculer $E(X)$, l'espérance mathématique de la variable aléatoire X (on détaillera les calculs effectués).

PROBLÈME**10 points****Partie I : étude de la fonction f**

Soit f la fonction définie sur l'ensemble \mathbb{R} des nombres réels par :

$$f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}.$$

On note \mathcal{C} sa courbe représentative dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 5 cm.

1. Étudier la parité de la fonction f sur \mathbb{R} .
En déduire une propriété géométrique de la courbe \mathcal{C} .
2. Déterminer la limite de f en $+\infty$, puis en $-\infty$.
3. On note f' la fonction dérivée de la fonction f sur \mathbb{R} . Déterminer $f'(x)$.
4. Étudier le signe de $(e^x + e^{-x})$ sur \mathbb{R} .
En déduire le signe de $f(x)$.
5. Construire le tableau de variations de la fonction f sur \mathbb{R} .
6. Sur une feuille de papier millimétré, et en utilisant le repère indiqué, construire la portion de la courbe \mathcal{C} dont les abscisses appartiennent à l'intervalle $[-2; 2]$.
Placer les points A et B de la courbe \mathcal{C} d'abscisses respectives -1 et 1 .
On rappelle que l'unité graphique est 5 cm.

Partie II : étude de la longueur d'un arc de la courbe

On appelle ℓ la longueur de l'arc \widehat{AB} de la courbe \mathcal{C} .

1. Déterminer les coordonnées du point E d'abscisse 0 de la courbe \mathcal{C} .
2. Calculer, en centimètre, les valeurs exactes des longueurs AE et EB.
En déduire qu'une valeur arrondie à 10^{-2} de $(AE + EB)$ est égale à 11,38 cm.
3. On admet que la longueur ℓ de l'arc \widehat{AB} est donnée en centimètre par la formule suivante :

$$\ell = 5 \times \int_{-1}^1 \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx.$$

- a. Montrer que $1 + [f'(x)]^2 = \left(\frac{e^x + e^{-x}}{2}\right)^2$.
- b. Calculer $\int_{-1}^1 \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx$.
- c. En déduire la valeur exacte de la longueur de cet arc. Quelle est l'erreur commise en prenant $(AE + EB)$ comme valeur approchée de ℓ ?