

EXERCICE 2

12 points

Partie 1

La courbe (\mathcal{C}) donnée en annexe (à rendre avec la copie) est la représentation graphique d'une fonction f définie sur l'intervalle $[1; 3]$ dans le plan muni d'un repère orthonormé d'origine O et d'unité graphique 5 cm.

On suppose que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $[1; 3]$ et on désigne par f' sa fonction dérivée.

Les données sont les suivantes :

- (1) : La courbe (\mathcal{C}) passe par les points A , B et D d'abscisses respectives 1, 2 et 3. Les points A , A' , B' et D' ont des coordonnées entières.
- (2) : La droite (BE) , parallèle à l'axe des abscisses, est tangente en B à la courbe (\mathcal{C}).
- (3) : La droite (AB') est tangente en A à la courbe (\mathcal{C}).

On répondra aux questions ci-dessous par une lecture graphique. De ce fait, certains résultats seront arrondis au dixième.

1. Déterminer $f(1)$, $f(2)$ et $f(3)$.
2. a. Déterminer une équation de la droite (AB') .
b. Déterminer $f'(1)$ et $f'(2)$.
3. Dresser le tableau des variations de la fonction f et préciser le signe de sa dérivée f' .
4. Déterminer l'aire du triangle $AA'B'$ en unités d'aires.

Partie 2

1. Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation. Vérifier que la fonction f définie sur l'intervalle $[1; 3]$ par $f(x) = x - 2 \ln x$ (\ln désigne la fonction logarithme népérien) satisfait aux données (2) et (3) de la partie 1.

On suppose désormais que la fonction f représentée en annexe est la fonction définie pour tout réel x de l'intervalle $[1; 3]$ par : $f(x) = x - 2 \ln x$.

2. Soit F la fonction définie sur $[1; 3]$ par : $F(x) = \frac{x^2}{2} + 2x - 2x \ln x$. Vérifier que F est une primitive de f sur l'intervalle $[1; 3]$.
3. On pose $I = \int_1^3 f(x) dx$. Calculer la valeur exacte de I et en donner une interprétation graphique.
4. Soit (\mathcal{P}) la partie du plan limitée par la courbe (\mathcal{C}), l'axe des abscisses, la droite (AB') et la droite (DD') .
 - a. Hachurer (\mathcal{P}) et calculer son aire en unités d'aire.
 - b. Le domaine (\mathcal{P}) représente la maquette à l'échelle $\frac{1}{3}$ du logo d'une société. Calculer l'aire en cm^2 de ce logo, arrondie à l'unité.

Annexe à l'exercice 2 - À joindre à la copie

