Corrigé du baccalauréat STI Arts appliqués
Métropole juin 2007

EXERCICE 1 **8 points**

1. En prenant les points des axes communs à l'ellipse on constate que la bonne équation est la B.

2. On a $a = 5$, $b = 3$ et $c^2 = a^2 - b^2 = 16 = 4^2$. La bonne réponse est A.

La fonction est positive sur $[0\,;\,9]$, donc l'aire en unité d'aire est égale à l'intégrale : $\displaystyle\int_0^9 \left(-x^3 + 9x^2\right)\mathrm{d}x = \left[-\dfrac{x^4}{4} + 3x^3\right]_0^9 = -\dfrac{9^4}{4} + 3\times 9^3 - \left(\dfrac{0^4}{4} + 3\times 0^3\right) = -\dfrac{6\,561}{4} + 2\,187 = \dfrac{2\,187}{4} = 546,75$. Réponse B.

La bonne réponse est D.

Il y a 13 cœurs et 3 rois en dehors du roi de cœur, donc en tout 16 cartes à ne pas tirer ; il reste donc $52 - 16 = 36$ cas favorables : $p = \dfrac{36}{52} = \dfrac{9}{13}$. Réponse C.

On a $\displaystyle\int_0^1 \left(\mathrm{e}^{2x} - \mathrm{e}^x + x\right)\mathrm{d}x = \left[\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{2x} - \mathrm{e}^x + \dfrac{x^2}{2}\right]_0^1 = \dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{2\times 1} - \mathrm{e}^1 + \dfrac{1^2}{2} - \left(\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{2\times 0} - \mathrm{e}^0 + \dfrac{0^2}{2}\right) = \dfrac{\mathrm{e}^2}{2} - \mathrm{e} + \dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{2} + 1 = \dfrac{\mathrm{e}^2}{2} - \mathrm{e} + 1$. Réponse B.

EXERCICE 2 **12 points**

Partie A.

1. On a $\text{EF} = 6 - x - x = 6 - 2x$, donc $U(x) = (6-2x)^3 = 6^3 - 216x + 72x^2 - 8x^3 = 216 - 216x + 72x^2 - 8x^3$.
2. Le volume du parallélépipède étant égal à $6^3 = 216$, le volume total du flacon est égal à $V(x) = U(x) = 216 = -8x^3 + 72x^2 - 144x + 288$.

Partie B.

1. **a.** f fonction polynôme est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $f'(x) = -3x^2 + 18x - 18$.

   b. $f'(x) = 0 \iff -3x^2 + 18x - 18 = 0 \iff -x^2 + 6x - 6 = 0 \iff x^2 - 6x + 6 = 0$. On a $\Delta = 36 - 24 = 12 = \left(2\sqrt{3}\right)^2$. D'où les solutions :

   $$\frac{6 + 2\sqrt{3}}{2} = 3 + \sqrt{3} \quad \text{et} \quad 3 - \sqrt{3}$$

   Seule nous intéresse la solution positive : $\alpha = 3 + \sqrt{3} \approx 4,73 \approx 4,7$ arrondi au dixième.

   c. Le trinôme est négatif sauf entre $3 - \sqrt{3}$ et $3 + \sqrt{3}$.
   Donc sur $[0\,;\,3-\sqrt{3}]$, $f'(x) < 0$ et la fonction f est décroissante et sur $[3-\sqrt{3}\,;\,3]$, $f'(x) > 0$ et la fonction f est croissante.

x	0	$3-\sqrt{3}$	3
$f(x)$	36 ↘	$36 - 6\sqrt{3}$	↗ 36

d. La dérivée s'annule en changeant de signe en $x = 3 - \sqrt{3}$: l'extremum (minimum) est donc égal à $f(\alpha) = f\left(3-\sqrt{3}\right) = -\left(3-\sqrt{3}\right)^3 + 9\left(3-\sqrt{3}\right)^2 - 18\left(3-\sqrt{3}\right) + 36 = -27 + 27\sqrt{3} - 27 + 3\sqrt{3} + 81 + 27 - 54\sqrt{3} - 54 + 18\sqrt{3} + 36 = 36 - 6\sqrt{3}$.

2. On a $M(x\,;\,y) \in \mathrm{T} \iff y - f(1) = f'(1)(x-1)$.
$f(1) = -1^3 + 9\times 1^2 - 18\times 1 + 36 = 26,\ f'(1) = -3\times 1^2 + 18\times 1 - 18 = -3$.
Donc $M(x\,;\,y) \in \mathrm{T} \iff y - 26 = -3(x-1) \iff y = -3x + 29$.

3. **a.**

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$f(x)$	36	29,125	26	25,875	28	31,625	36

b. Voir la figure à la fin.

Partie C.

1. $8f(x) = 8\left(-x^3 + 9x^2 - 18x + 36\right) = -8x^3 + 72x^2 - 144x + 288 = V(x)$.

2. D'après la partie B, la fonction f a pour minimum $f\left(3-\sqrt{3}\right) = 36 - 6\sqrt{3}$, donc le minimum de la fonction V est égal à :

$$\mathrm{V_m} = 8f\left(3-\sqrt{3}\right) = 8\left(36-6\sqrt{3}\right) = 288 - 48\sqrt{3} \approx 204,8 \approx 204\ \left(\mathrm{cm}^3\right).$$