Corrigé du baccalauréat STI Arts appliqués
Métropole septembre 2011

EXERCICE 1 **8 points**

1. On a $f(x)=0 \iff x^2+2x-3=0 \iff x+1)^2-1-3=0 \iff (x+1)^2-4=0 \iff x+x+2)(x+1-2)=0 \iff (x+3)(x-1)=0 \iff x=-3 \text{ou} x=1$. Réponse **b.**
2. On a $g'(x)=\dfrac{3x^2}{6}+2\times 3x+1=\dfrac{x^2}{2}6x+1$: réponse **c.**
3. Une primitive de la fonction $u \longmapsto \dfrac{1}{u}$ est la fonction $\ln|u|$. Seule la réponse **c.** est possible.

   On vérifie que $H'(x)=\dfrac{7}{2}\times 2\times\dfrac{1}{2x+1}=\dfrac{7}{2x+1}=h(x)$: réponse **c.**
4. Par croissance de la fonction logarithme népérien $\mathrm{e}^{x+3}=5 \iff x+3=\ln 5 \iff x=\ln 5-3$. Réponse **b.**
5. $4x^2+9y^2=36 \iff \left(\dfrac{x}{3}\right)^2+\left(\dfrac{y}{2}\right)^2=1$: c'est l'équation d'une ellipse.
6. Avec $a=3$ et $b=2$, on a $c^2=a^2-b^2=9-4=5 \Rightarrow c=\sqrt{5}$. Réponse **a.**
7. Il y a $16+12-8=20$ qui suivent au moins une de ces deux options. La probabilité est donc égale à $\dfrac{20}{30}=\dfrac{2}{3}=\dfrac{10}{15}$. Réponse **b.**
8. Il y a cinq issues donnant un total de 6 : 1-5 ; 2-4 ; 3-3 ; 4-2 ; 5-1 et parmi celles-ci un seul formé de deux nombres égaux ; la probabilité est donc égale à $\dfrac{1}{5}$.

EXERCICE 2 **12 points**

Partie A

1. On a $G(x)=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{x^3}{3}-x^2+\dfrac{5}{2}x=\dfrac{1}{6}x^3-x^2+\dfrac{5}{2}x$.
2. $I=\displaystyle\int_0^3 g(x)\,\mathrm{d}x=[G(x)]_0^3=G(3)-G(0)=\dfrac{1}{6}3^3-3^2+\dfrac{5}{2}\times 3-\left(\dfrac{1}{6}0^3-0^2+\dfrac{5}{2}\times 0\right)=\dfrac{9}{2}-9+\dfrac{15}{2}=12-9=3$ (u. a.)

   Comme une unité d'aire vaut : $2\times 1=2$ cm^2, on a :

   $I=2\times 3=6$ cm^2.

Partie B

1. **a.** Comme la dérivée de la fonction $x \longmapsto \ln x$ est pour $x>0$, la fonction $\dfrac{1}{x}$, on a $h'(x)=\dfrac{3}{x}$ sur l'intervalle $[3\,;6]$.

   b. Comme sur $[3\,;6]$; $\dfrac{3}{x}>0$, la fonction h est croissante sur $[3\,;6]$.

   c. On a $h(3)=3\ln 3-3\ln 3+1=1$ et $h'(3)=\dfrac{3}{3}=1$.

   Une équation de T est :

   $y-h(3)=h'(3)(x-3)$ soit $y-1=x-3$ et enfin $y=x-2$.

2.

x	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6
$h(x)$	1	1,46	1,86	2,22	2,53	2,82	3,08

Voir à la fin.

3. **a.** On calcule $H'(x) = 3\ln x + 3x \times \dfrac{1}{x} - 3\ln 3 - 2 = 3\ln x + 3 - 3\ln 3 - 2 = 3\ln x - 3\ln 3 + 1 = h(x)$.
Cette égalité montre que H est une primitive de la fonction h sur l'intervalle $[3\,;\,6]$.

   b. Sur $[3\,;\,6]$, on a $h(x) > 0$, donc J est égale à l'intégrale :
$J = \displaystyle\int_3^6 h(x)\,\mathrm{d}x = [H(x)]_3^6 = H(6) - H(3) = 3\times 6\ln 6 - (3\ln 3 + 2)\times 6 - [3\times 3\ln 3 - (3\ln 3 + 2)\times 3] =$
$18\ln 6 - 18\ln 3 - 12 - 9\ln 3 + 9\ln 3 + 6 = 18\ln 6 - 18\ln 3 - 6 = 18(\ln 2 + \ln 3) - 18\ln 3 - 6 =$
$18\ln 2 + 18\ln 3 - 18\ln 3 - 6 = 18\ln 2 - 6 \approx 6,48$ unités d'aire.

Partie C

1. Voir plus bas.
2. L'aire de la surface limitée par les deux arcs de parabole et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 3$ est égale à :
$2 \times \displaystyle\int_0^3 g(x)\,\mathrm{d}x = 2I$ (unités d'aire).
L'aire du logo est donc égale à $2I + 2J = 2(I + J)$ unités d'aire.
Comme une unité d'aire vaut : $2 \times 1 = 2$ cm^2, l'aire du logo est donc égale à
$4(I + J) \approx 4(3 + 6,48) \approx 37,92$ soit à l'entier le plus proche environ 38 cm^2.

Annexe à l'exercice 2

(à compléter et à rendre avec la copie)