Durée : 4 heures

∽ Baccalauréat STI Génie mécanique, civil ∾ Antilles-Guyane 21 juin 2011

EXERCICE 1 **5 points**

1. Réponse c.
2. Réponse b.
3. Réponse b.
4. Réponse b.
5. Réponse c.
6. Réponse c.

EXERCICE 2 **5 points**

1. Les solutions de (**??**) sont de la forme :

$$y = A\cos(x) + B\sin(x),$$

car $\omega^2 = 1$.

2. $f(0) = \frac{1}{2}$, soit $A = \frac{1}{2}$. $f'(x) = -A\sin(x) + B\cos(x)$, on en déduit que $f'\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -A\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) + B\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = 0$.

Ce qui donne $-\frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + B \times \frac{1}{2} = 0$. Donc $B = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

3. $\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos(x) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) - \sin(x) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}\cos(x) - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin(x) = f(x)$.

4. **a.** $\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ est nul si et seulement si $x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ ou $x + \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi$.
Les solutions sont donc $\frac{\pi}{6} + 2k\pi$ et $-\frac{5\pi}{6} + 2k\pi$.

   b. Les solutions comprises entre $-\pi$ et π sont : $\frac{\pi}{6}$ et $-\frac{5\pi}{6}$.

   c. On obtient la figure **??**.

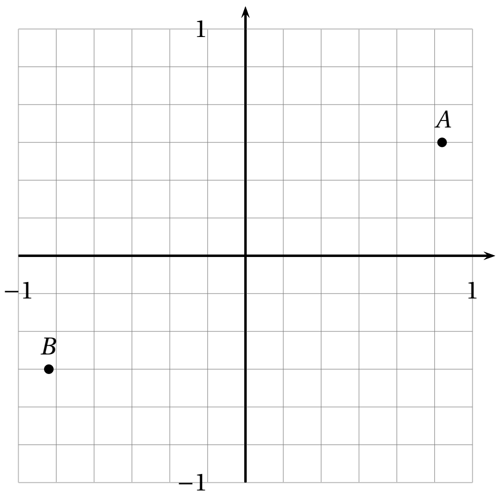

FIGURE 1 –

PROBLÈME **5 points**

1. $f(0) = 3$ et $f'(0) = -2$.

2. **a.** $f(0) = 1 + b = 3$.

b. On en déduit que $b = 2$.

3. **a.** $f'(x) = \mathrm{e}^x + a - 2b\mathrm{e}^{-x}$.

b. $f'(0) = 1 + a - 2 = -2$.

c. On en déduit que $a = -1$.

1. **a.** On développe $(\mathrm{e}^x - 2)(\mathrm{e}^x + 1)$, ce qui donne : $\mathrm{e}^{2x} + \mathrm{e}^x - 2\mathrm{e}^x - 2 = \mathrm{e}^{2x} - \mathrm{e}^x - 2$.

b. En partant de l'expression factorisée, $\mathrm{e}^x + 1$ est strictement positif, donc résoudre $\mathrm{e}^{2x} - \mathrm{e}^x - 2 \geqslant 0$ revient à résoudre $\mathrm{e}^x - 2 \geqslant 0$, soit $x \geqslant \ln(2)$.

2. $\lim\limits_{x \to -\infty} \mathrm{e}^x = 0$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} \mathrm{e}^{-x} = +\infty$. On en déduit que $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$.

3. **a.** On développe $x\left(\frac{\mathrm{e}^x}{x} - 1 + \frac{2}{x\mathrm{e}^x}\right) = \mathrm{e}^x - x + \frac{2}{\mathrm{e}^x} = f(x)$.

b. $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\mathrm{e}^x}{x} = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{2}{x\mathrm{e}^x} = 0$. On en déduit que $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$.

4. $f(\ln(2)) = 2 - \ln(2) + 2\mathrm{e}^{\ln\left(\frac{1}{2}\right)} = 2 - \ln(2) + 1 = 3 - \ln(2) = 2,3$.

5. **a.** $f'(x) = \mathrm{e}^x - 1 - 2\mathrm{e}^{-x} = \frac{\mathrm{e}^{2x} - \mathrm{e}^x - 2}{\mathrm{e}^x}$.

b. D'après les préliminaires, on a $f'(x) \geqslant 0$, pour $x \geqslant \ln(2)$.

c. On en déduit le tableau **??**.

x	$-\infty$		$\ln 2$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$		$3 - \ln 2$		$+\infty$

1. $\int_0^1 f(x)x = F(1) - F(0)$ avec F une primitive de f. Soit $F(x) = \mathrm{e}^x - \frac{x^2}{2} - \mathrm{e}^{-x}$. et donc : $F(1) = \mathrm{e} - \frac{1}{2} - \frac{1}{\mathrm{e}}$ et $F(0) = 1 - 1 = 0$.

$$\int_0^1 f(x)x = \mathrm{e} - \frac{1}{2} - \frac{1}{\mathrm{e}}.$$

2. **a.** Voir la figure **??**.

b. $\mathscr{S} = 4 - \mathrm{e} + \frac{1}{2} + \frac{1}{\mathrm{e}} = 4,5 - \mathrm{e} + \frac{1}{\mathrm{e}}$.

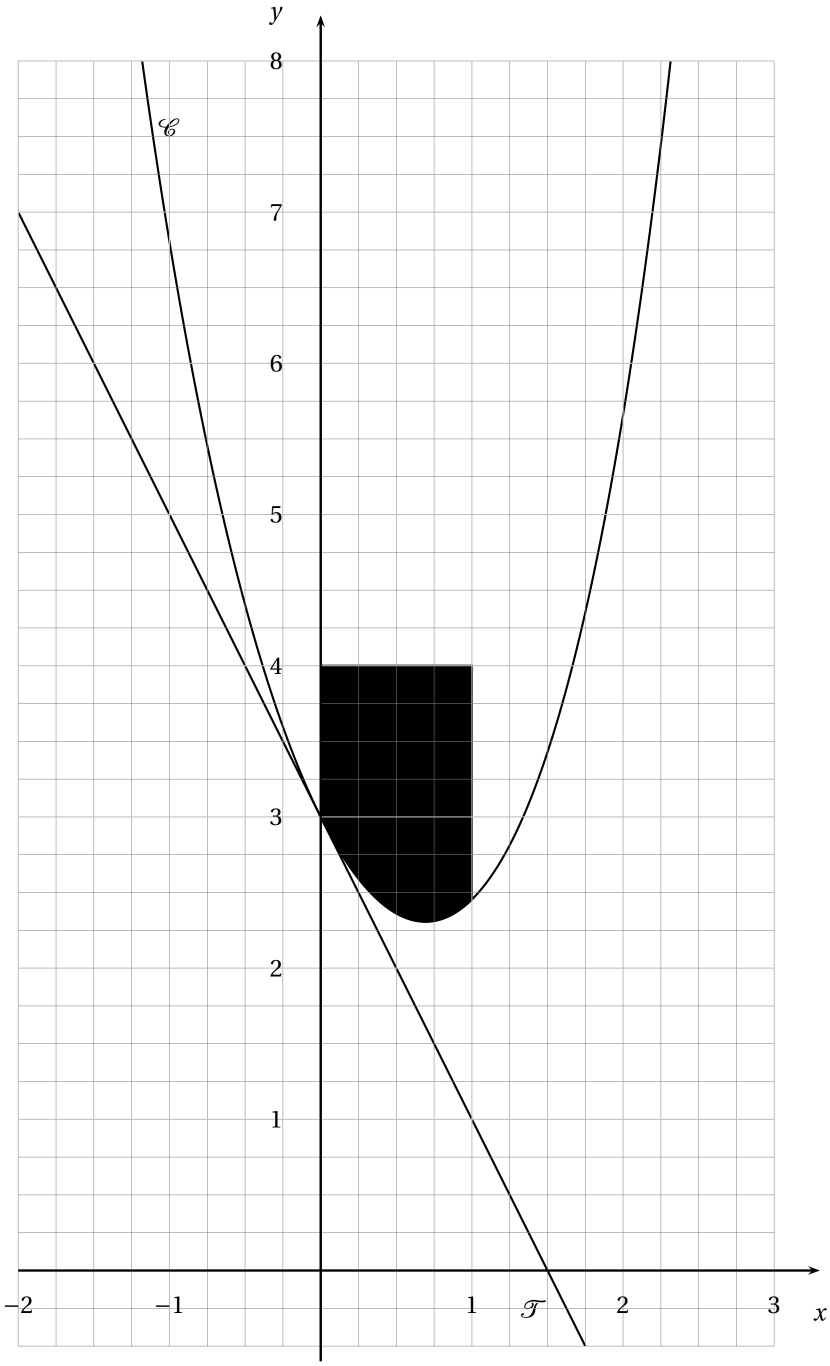

FIGURE 2 –