Baccalauréat STI Métropole 15 septembre 2011
Génie électronique, électrotechnique et optique

EXERCICE 1 **5 points**

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $\left(\text{O}, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}\right)$ d'unité graphique 2 cm. On désigne par i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\dfrac{\pi}{2}$.

1. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ l'équation $(z-2)\left(z^2+2\sqrt{2}z+4\right)=0$.
2. On considère le point A d'affixe $z_{\text{A}} = 2$.
   a. Placer A dans le repère $\left(\text{O}, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}\right)$.
   b. Déterminer l'affixe z_{B} du point B, image de A par la rotation de centre O et d'angle $\dfrac{3\pi}{4}$.
   c. Construire le point B en laissant les traits de construction apparents.
3. Montrer que l'affixe z_{I} du point I, milieu du segment [AB], est égale à $\dfrac{2-\sqrt{2}}{2}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}\text{i}$, puis placer ce point I.
4. Justifier que la demi-droite [OI) est la bissectrice de l'angle $\widehat{\text{AOB}}$?
5. Quelles sont les mesures en radians des trois angles du triangle AOI ? Justifier la réponse.
6. Calculer la valeur exacte de $\cos\left(\dfrac{\pi}{8}\right)$.

EXERCICE 2 **5 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Aucune justification n'est demandée. Pour chacune des questions, une seule des réponses proposées est correcte. Une réponse erronée ou une absence de réponse n'ôte pas de point.

On notera sur la copie le numéro et la lettre de la question, suivis de la réponse choisie.

Une entreprise reçoit un lot de 200 boîtes de guirlandes électriques de 16 types différents. Les boîtes peuvent contenir 1, 2, 3 ou 4 guirlandes. Les guirlandes peuvent être formées de 8, 10, 12 ou 16 ampoules. Le tableau suivant donne la répartition des boîtes suivant le nombre de guirlandes par boîte et le nombre d'ampoules par guirlande. Par exemple, d'après le tableau ci-dessous, il y a 18 boîtes contenant 3 guirlandes de 10 ampoules.

Nombre de guirlandes par boîte / Nombre d'ampoules par guirlande	1	2	3	4
8	9	13	16	6
10	12	15	18	8
12	13	16	15	9
16	11	11	13	15

1. On tire au hasard une boîte dans le lot. On admet qu'en prenant pour univers l'ensemble des boîtes, on est dans une situation d'équiprobabilité.
   a. La probabilité d'avoir une boîte qui contient 3 guirlandes est :
      0,19   0,225   0,275   0,31

b. La probabilité d'avoir une boîte qui contient des guirlandes de 16 ampoules ou une boîte qui contient 2 guirlandes, est :

0,47 0,275 0,525 0,25

c. La probabilité d'avoir une boîte qui contient 2 guirlandes ayant au moins 12 ampoules, est :

0,08 0,135 0,2 0,395

2. On note X la variable aléatoire qui, à chaque boîte tirée, associe le nombre d'ampoules par guirlande contenue dans la boîte.

a. Quelle est la probabilité de l'événement (X= 12) ?

0,275 0,31 0,265 0,19

b. Quelle est l'espérance mathématique de la variable aléatoire X ?

0,915 2,465 11,5 11,59

c. Quelle interprétation peut-on donner de l'espérance mathématique de la variable aléatoire X ?

— le nombre moyen de guirlandes par boîte
— le nombre moyen d'ampoules par guirlande dans une boîte
— le gain moyen que l'on peut espérer sur la vente d'une boîte
— le nombre moyen d'ampoules par boîte.

PROBLÈME **10 points**

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = (x+3)\mathrm{e}^{-x}$$

et Γ sa courbe représentative dans le repère orthogonal $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ d'unités graphiques 2 cm sur l'axe des abscisses, et 1 cm sur l'axe des ordonnées, donnée en ANNEXE à rendre avec la copie.

Partie A : Étude de la fonction f

1. Déterminer la limite de f en $-\infty$.
2. Déterminer la limite de f en $+\infty$ et donner une interprétation graphique de cette limite.
3. Soit f' la fonction dérivée de f, calculer $f'(x)$ et étudier le signe de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$.
4. Établir le tableau de variation de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
5. Montrer que l'équation réduite de la tangente T à la courbe Γ au point d'abscisse -1 est $y = \mathrm{e}(1-x)$.

Partie B : Étude de la position de T par rapport à Γ

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$g(x) = (x+3)\mathrm{e}^{-x} - \mathrm{e}(1-x).$$

On admet que g est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

1. Calculer $g(-1)$.
2. En déduire le signe de $g(x)$, puis la position de T par rapport à Γ.
3. Tracer la droite T sur l'annexe.

Partie C : Calcul d'aire

1. **a.** Déterminer les réels a et b pour que la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = (ax + b)\mathrm{e}^{-x}$ soit une primitive de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

   b. En déduire une primitive G de la fonction g sur $\mathbb{R}$.

2. **a.** Soit D le domaine limité par la droite T, la courbe Γ, les droites d'équations $x = 0$ et $x = 2$, et l'axe des abscisses. Hachurer ce domaine sur le graphique.

   b. Calculer, en unités d'aires, la valeur exacte de l'aire $\mathscr{A}$ du domaine D. Donner une valeur approchée de $\mathscr{A}$, à 10^{-2} près, exprimée en cm^2.

ANNEXE à rendre avec la copie