Durée : 4 heures

Baccalauréat STI Métropole 21 juin 2011
Génie mécanique, génie des matériaux

EXERCICE 1 **6 points**

Le plan complexe est rapporté au repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{u}, \vec{v}\right)$(unité graphique : 2 cm).

1. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z - \text{i}z\sqrt{3} = 4$. On donnera la forme algébrique de la solution.

2. On considère les nombres complexes $z_1 = 1 + \text{i}\sqrt{3}$ et $z_2 = z_1 \times \text{e}^{\text{i}\frac{\pi}{2}}$. On note A le point d'affixe z_1 et B le point d'affixe z_2.

a. Calculer le module et un argument des nombres complexes z_1 et z_2.

b. Sur papier millimétré, placer les points A et B dans le repère $\left(\text{O}, \vec{u}, \vec{v}\right)$.

c. Montrer que le triangle OAB est un triangle rectangle isocèle en O.

3. Soit le nombre complexe z_3 défini par $z_3 = z_1 + z_2$.

a. Écrire z_3 sous forme algébrique.

b. Placer le point C d'affixe z_3 dans le repère $\left(\text{O}, \vec{u}, \vec{v}\right)$.

c. *Dans la question qui suit, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*
Quelle est la nature du quadrilatère $OACB$?

EXERCICE 2 **5 points**

Une entreprise fabrique des vis de longueur théorique 40 mm et de diamètre théorique 4 mm. Pour vérifier la qualité de la production, on prélève un échantillon de 1 000 vis dans la production de la machine fabriquant ces vis. La composition de cet échantillon est donnée par le tableau **??**.

D \ L	39,5	39,6	39,7	39,8	39,9	40	40,1	40,2	40,3	40,4	40,5	Total
3,9	0	3	7	19	23	56	30	10	3	1	0	152
4	2	5	10	50	97	275	135	95	16	3	2	690
4,1	1	2	7	10	30	43	40	20	5	0	0	158
Total	3	10	24	79	150	374	205	125	24	4	2	1 000

D : Diamètre en mm et L : Longueur en mm

On admet que cet échantillon permet de modéliser la production de la machine.
On choisit une vis au hasard.
On suppose que le choix d'une vis se fait dans une situation d'équiprobabilité.

1. a. Quelle est la probabilité P_1 de choisir une vis de diamètre 4 mm et de longueur 40,3 mm ?

b. Quelle est la probabilité P_2 de choisir une vis de diamètre 4,1 mm ?

c. Quelle est la probabilité P_3 de choisir une vis dont la longueur est comprise entre 39,8 mm et 40,2 mm et dont le diamètre est de 4 mm ?

2. Soit X la variable aléatoire qui, à toute vis choisie, associe sa longueur en mm.

a. Déterminer la loi de probabilité de X.

b. Calculer l'espérance de la variable aléatoire X.
Interpréter ce résultat.

3. Les indications écrites dans la notice de la machine, partie fiabilité, précisent que, pour une fabrication de vis de longueur 40 mm, 80 % des vis devraient avoir une longueur comprise entre 39,9 mm et 40,1 mm. Dans le cas contraire, un réglage de la machine par le service maintenance s'imposerait.
   a. Calculer la probabilité $P(39,9 \leqslant X \leqslant 40,1)$.
   b. Expliquer la décision, prise par le service maintenance, d'effectuer un réglage de la machine.

PROBLÈME **9 points**

On considère la fonction f définie pour tout réel x par :

$$f(x) = \text{e}^{2x} - 4\text{e}^{x} + 3.$$

On note f' la fonction dérivée de la fonction f.
On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de f dans un repère orthogonal.
Unités graphiques : 4 cm sur l'axe des abscisses et 1 cm sur l'axe des ordonnées.

Partie A Étude des variations de la fonction

1. a. Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.
   b. Que peut-on en déduire concernant la courbe $\mathscr{C}_f$?
2. a. Vérifier que, pour tout réel x, on a : $f(x) = \text{e}^{x}\left(\text{e}^{x} - 4\right) + 3$.
   b. En déduire $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.
3. a. Montrer que $f'(x)$ peut s'écrire : $f'(x) = 2\text{e}^{x}\left(\text{e}^{x} - 2\right)$.
   b. En déduire les variations de la fonction f.

Partie B Recherche de points de la courbe, d'une tangente et tracé de la courbe

1. Soit A le point de la courbe $\mathscr{C}_f$ d'abscisse $\ln(4)$. Déterminer son ordonnée.
2. a. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $X^2 - 4X + 3 = 0$.
   b. En déduire les solutions de l'équation $f(x) = 0$ (on pourra poser $X = \text{e}^{x}$). Préciser les coordonnées des points d'intersection de $\mathscr{C}_f$ avec l'axe des abscisses.
3. Déterminer une équation de la tangente T à $\mathscr{C}_f$ au point O d'abscisse 0.
4. Dans le repère , construire les éventuelles asymptotes, les points d'intersection de la courbe $\mathscr{C}_f$ avec l'axe des abscisses, la tangente T et la courbe $\mathscr{C}_f$.

Partie C Calcul d'aire

On considère la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$F(x) = \frac{1}{2}\text{e}^{2x} - 4\text{e}^{x} + 3x.$$

1. Montrer que F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.
2. Calculer une valeur approchée de l'aire, exprimée en cm^2, de la surface délimitée par la courbe $\mathscr{C}_f$, l'axe des abscisses, la droite d'équation $x = -1$ et l'axe des ordonnées.