∽ Baccalauréat STL Antilles–Guyane juin 2000 ∾
Biologie–Génie biologique

EXERCICE 1 **4 points**

1.

Nombre de livres	à couverture bleue	à couverture jaune	à couverture rouge	Total
de première	4	3	7	14
de terminale	3	9	14	26
Total	7	12	21	40

2. **a.** $p_1 = \dfrac{26}{40} = \dfrac{13}{20} = \dfrac{65}{100} = 0,65$.

b. $p_2 = \dfrac{12}{40} = \dfrac{6}{20} = \dfrac{30}{100} = 0,30$.

c. $p_3 = \dfrac{9}{40} = \dfrac{4,5}{20} = \dfrac{22,5}{100} = 0,225$.

d. $p_4 = \dfrac{29}{40} = \dfrac{14,5}{20} = \dfrac{72,5}{100} = 0,725$.

3. **a.** Il y a $7 \times 6 = 42$ résultats différents

b. Jacques peut choisir l'un des 4 livres de première sur les 7. Il reste à Sophie 3 possibilités de choisir un livre de première sur les 6 restants : cela fait donc : $4 \times 3 = 12$ cas favorables sur 42 issues. Le probabilité est donc égale à $\dfrac{12}{42} = \dfrac{2}{7}$.

EXERCICE 2 **12 points**

Partie A Résolution d'une équation différentielle

1. On sait que les solutions sont de la forme $f(x) = A\mathrm{e}^{0,12x},\ A \in \mathbb{R}$.

2. Si $f(x) = A\mathrm{e}^{0,12x},\ A \in \mathbb{R}$ et $f(0) = 3,5$ alors $f(0) = A\mathrm{e}^{0,12\times 0} = 3,5$ ou $A = 3,5$.
On a donc $f(x) = 0,35\mathrm{e}^{0,12x}$.

Partie B Étude d'une fonction

1. Comme $\lim\limits_{t \to +\infty} 0,12t = +\infty$, et que $\lim\limits_{x \to +\infty} \mathrm{e}^x = +\infty$, on a $\lim\limits_{t \to +\infty} f(t) = +\infty$.

2. **a.** f est dérivable sur $[0\ ;\ +\infty[$ et sur cet intervalle $f'(t) = 0,12 \times 3,5\mathrm{e}^{0,12t} = 0,42\mathrm{e}^{0,12t}$.

Rem : on reconnaît dans f une solution de l'équation différentielle ci-dessus : $y' = 0,12y$, donc $f'(t) = 0,12f(t) = 0,12 \times 3,5\mathrm{e}^{0,12t} = 0,42\mathrm{e}^{0,12t}$.

b. Comme $0,42 >$, le signe de $f'(t)$ est celui de $\mathrm{e}^{0,12t}$; mais on sait que $\mathrm{e}^x > 0$, quel que soit le réel x.
Conclusion : $f'(t) > 0$: la fonction est croissante sur $[0\ ;\ +\infty[$.

c. On a vu que $f(0) = 3,5$. On a donc le tableau de variation suivant :

x	0	$+\infty$
$f(t)$	$3,5$ ↗	$+\infty$

3. Une équation de (T) est $y = f(0) + f'(0)(x - 0) = f(0) + x f'(0)$
Or $f(0) = 3,5$ et $f'(0) = 0,42$.
Une équation de (T) est donc $y = 0,42x + 3,5$.

4.

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$f(t)$	3,5	3,95	4,45	5,02	5,66	6,38	7,19	8,11	9,14	10,3	11,62

5. Voir à la fin.

Partie C Application

1. On cherche t tel que $3,5\mathrm{e}^{0,12t} = 6 \iff \mathrm{e}^{0,12t} = \dfrac{6}{3,5} \iff 0,12t = \ln\left(\dfrac{6}{3,5}\right)$ (par croissance de la fonction logarithme népérien) $\iff t = \dfrac{1}{0,12}\ln\left(\dfrac{6}{3,5}\right)$ soit environ 4,49 h soit environ 4 h 29 min.

2. Graphiquement : par le point (0 ; 6) on trace la parallèle à l'axe des abscisses qui coupe la courbe ($\mathscr{C}$) en un point où on trace la parallèle à l'axe des ordonnées qui coupe cet axe en un point dont les coordonnées sont à peu près (4,5 ; 0)