∾ Corrigé du baccalauréat STL Antilles–Guyane ∾ juin 2001 Biochimie–Génie biologique

Calculatrice autorisée

Durée de l'épreuve : 2 heures — Coefficient : 2

EXERCICE 1 — **10 points**

1. a.

t	0	1	2	3	4	6	8	10	12	14
$y(t)$	2	3,08	3,62	4,69	5,81	7,09	10	12,20	12,99	13,89

b.

2. a. On trouve G(6 ; 7,54).

b. Voir la figure plus bas.

c. L'équation de la droite est de la forme $y = at + b$. On écrit que les coordonnées de A et de G vérifient cette équation :
$\begin{cases} 2 & = & a \times 0 + b \\ 7,54 & = & 6a + b \end{cases} \Rightarrow$ (par différence) $6a = 5,54 \iff a = \dfrac{5,54}{6} \approx 0,92$, et $b = 2$.

Une équation de la droite (AG) est donc $y = 0,92t + 2$.

Comme $y(t) = \dfrac{100}{C(t)} = 0,92t + 2$, on en déduit que $C(t) = \dfrac{100}{0,92t + 2}$.

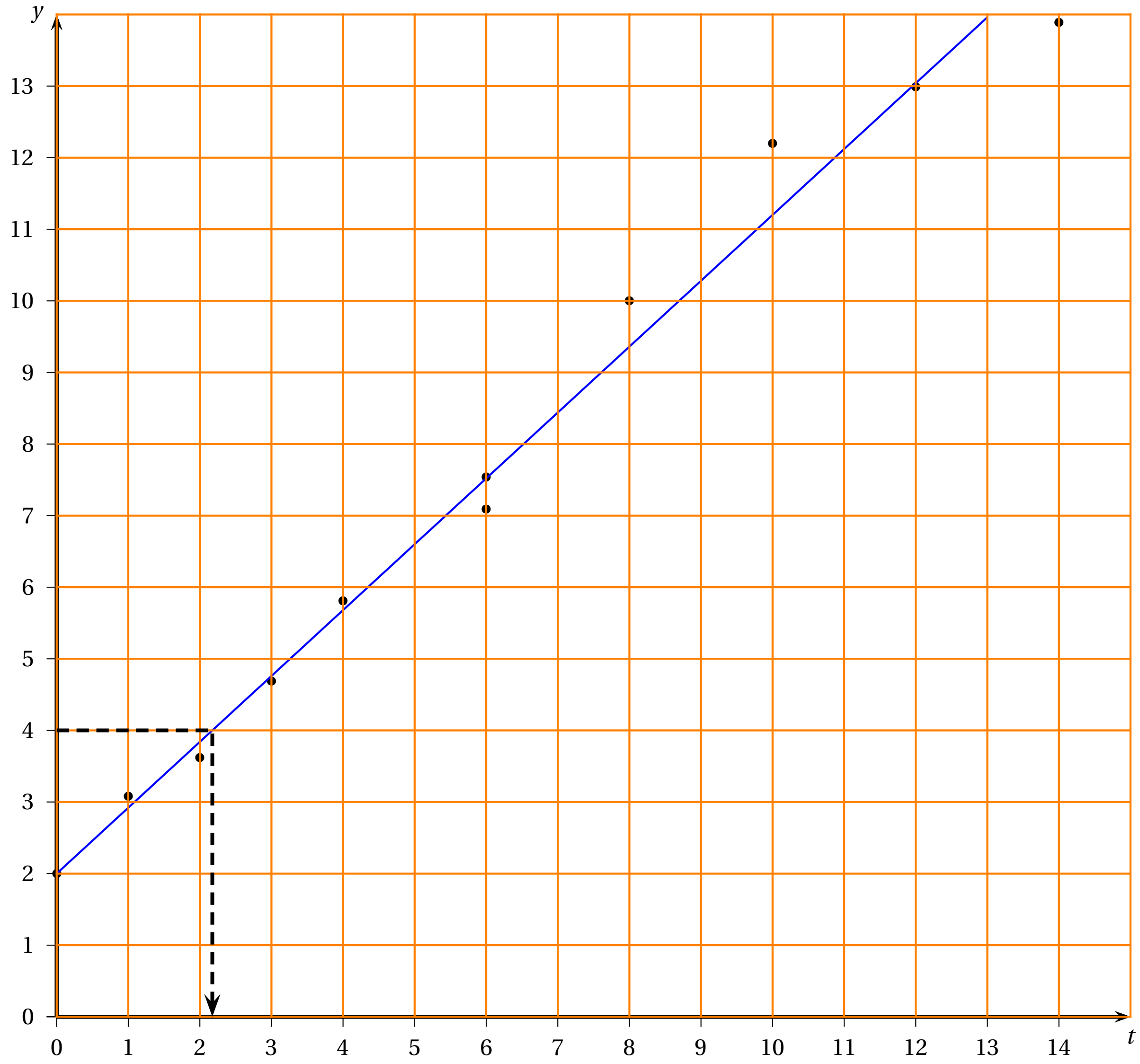
3. a. On a $C(7,5) = \dfrac{100}{0,92 \times 7,5 + 2} \approx 9,6$ (mmol.L^{-1}.

b. Une concentration de 25 correspond à $y = \dfrac{10}{25} = 4$.

On trace donc la droite d'équation $y = 4$ qui coupe la droite (AG) en un point dont on lit l'abscisse, soit à peu près 2,2.

c. 5 mmol.L correspondent à $y = 20$.

Il faut donc résoudre l'équation : $20 = 0,92t + 2b \iff 0,92t = 18 \iff t = \dfrac{18}{0,92} \approx 19,6$ min soit 19 min et $0,6 \times 60 = 36$. Il faut donc 19 min 36 s.



EXERCICE 2 **10 points**

1. a. On a $\lim\limits_{x \to +\infty} -\dfrac{1}{2}x + 1 = -\infty$, donc $\lim\limits_{x \to +\infty} \mathrm{e}^{-\frac{1}{2}x+1} = 0$.
   Finalement $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -2$

   b. Le résultat précédent signifie graphiquement que la droite D d'équation $y = -2$ est asymptote à la courbe $(\mathscr{C})$ au voisinage de plus l'infini.

2. a. f est dérivable sur $[0~;~+\infty[$ et $f'(x) = -\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}x+1}$.

   b. Comme $\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}x+1} > 0$ quel que soit le réel x, le signe de $f'(x)$ est celui de $-\frac{1}{2}$, donc $f'(x) < 0$ et la fonction f est décroissante sur $[0~;~+\infty[$.

   c. Avec $f(0) = \mathrm{e}^{0+1} - 2 = \mathrm{e} - 2$, on a le tableau de variation suivant :

x	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	
$f(x)$	$\mathrm{e} - 2$ ↘	-2

3. Une équation de T est $y = f(2) + f'(2)(x-2)$.

Or $f(2) = \text{e}^{-\frac{1}{2}\times 2+1} - 2 = \text{e}^{0} - 2 = 1 - 2 = -1$ et $f'(2) = -\frac{1}{2}\text{e}^{-\frac{1}{2}\times 2+1} = -\frac{1}{2}$.

Une équation de T est donc $y = -1 - \dfrac{1}{2}(x-2) = -\dfrac{1}{2}x - 1 + 1$ donc finalement $y = -\dfrac{1}{2}x$.

4. **a.** Voir à la fin.

b. Voir à la fin.

5. **a.** On lit sur le graphique que $(\mathscr{C})$ coupe l'axe des abscisses en un point dont l'abscisse est environ 0,6. Donc $\alpha \approx 0,6$.

b. Il faut résoudre l'équation :

$\text{e}^{-\frac{1}{2}x+1} - 2 = 0 \iff \text{e}^{-\frac{1}{2}x+1} = 2 \iff$ (par croissance de la fonction logarithme népérien) $-\dfrac{1}{2}x + 1 = \ln 2 \iff \dfrac{1}{2}x = 1 - \ln 2 \iff x = 2(1 - \ln 2)$.

On a donc $\alpha = 2(1 - \ln 2)$.

On vérifie que $2(1 - \ln 2) \approx 0,613$.

ANNEXE

Nuage de points de coordonnées $(t\ ;\ C(t))$