∾ Corrigé du baccalauréat STL Antilles–Guyane ∾ juin 2002 Biochimie–Génie biologique

EXERCICE 1 **12 points**

Évolution d'une population de levures

1.

t	0	4	8	12	16	20	24	28	30
$f(t)$	10	67	299	561	636	648	650	650	650

2. On sait que $\lim\limits_{t\to+\infty} \mathrm{e}^{-0,5t} = 0$, d'où $\lim\limits_{t\to+\infty} 1+64\mathrm{e}^{-0,5t} = 1$ et donc $\lim\limits_{t\to+\infty} f(t) = 650$.

Graphiquement, ce résultat signifie que la droite d'équation $y = 650$ est asymptote horizontale à $\mathscr{C}_f$ au voisinage de plus l'infini.

3. a. La dérivée de $\mathrm{e}^{-0,5t}$ est $-0,5\mathrm{e}^{-0,5t}$, donc :

$$f'(t) = -0,5\times 64\times 650\times \frac{-1}{\left(1+64\mathrm{e}^{-0,5t}\right)^2} = \frac{20\,800\mathrm{e}^{-0,5t}}{\left(1+64\mathrm{e}^{-0,5t}\right)^2}.$$

b. Comme $\mathrm{e}^{-0,5t} > 0$ quel que soit le réel t, $1+\mathrm{e}^{-0,5t} > 1$ et $\left(1+64\mathrm{e}^{-0,5t}\right)^2 > 1$.
Le dénominateur est positif et le numérateur produit de deux nombres positifs est lui aussi positif donc finalement le quotient est positif.
$f'(t) > 0$: la fonction f est strictement croissante sur $[0~;~+\infty]$.

c. Avec $f(0) = 10$, on en déduit le tableau de variation suivant :

x	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	
$f(x)$	10 $\nearrow$	650

4. Une équation de T est $y = f(0) + f'(0)(x-0)$.
Avec $f(0) = 10$ et $f'(0) = \dfrac{20\,800}{65^2} = \dfrac{64}{13}$, on obtient $y = \dfrac{64}{13}x + 10$.

5. Voir à la fin de l'exercice.

6. a. D'après les questions précédentes une population initiale de 10 levures augmente jusqu'à plafonner à 650.

b. La population initiale était de 10 levures.

c. On trace la droite d'équation $y = 500$ qui coupe $\mathscr{C}_f$ en un point dont on lit l'abscisse en le projetant sur l'axe des abscisses. Voir la figure ; on lit à peu près $t = 10,7$ soit à peu près 10 heures 42 minutes.

EXERCICE 2 **8 points**

1.

Rhésus / Groupe Sanguins	A	B	AB	O	TOTAL
+	1 848	804	260	2 688	5 600
−	896	408	200	896	2 400
TOTAL	2 744	1 212	460	3 584	8 000

2. **a.** $\overline{E_2}$: « La personne observée est de Rhésus + » ;
$E_1 \cap E_2$: « La personne observée est O+ ».

b. $p(E_2) = \dfrac{3\,584}{8\,000} = \dfrac{448}{1\,000} = 0,448$;

$p\left(\overline{E_2}\right) = 1 - 0,448 = 0,552$;

$p(E_1 \cap E_2) = \dfrac{896}{8\,000} = \dfrac{112}{1\,000} = 0,112$;

$p(E_1 \cup E_2) = \dfrac{5\,088}{8\,000} = \dfrac{636}{1\,000} = 0,636.$

c. $\overline{E_1} \cup \overline{E_2}$: « La personne observée est de Rhésus + ou n'est pas de groupe O ».0

$p\left(\overline{E_1} \cup \overline{E_2}\right) = \dfrac{5\,600 + 896 + 408 + 200}{8\,000} = \dfrac{7\,104}{8\,000} = \dfrac{888}{1\,000} = 0,888.$

3. Sur les 3 584 personnes de groupe O, il y en a 2 688 de Rhésus + ; la probabilité de choisir l'une de ces personnes est donc égale à : $\dfrac{2\,688}{3\,584} = 0,75$

Figure de l'exercice 1