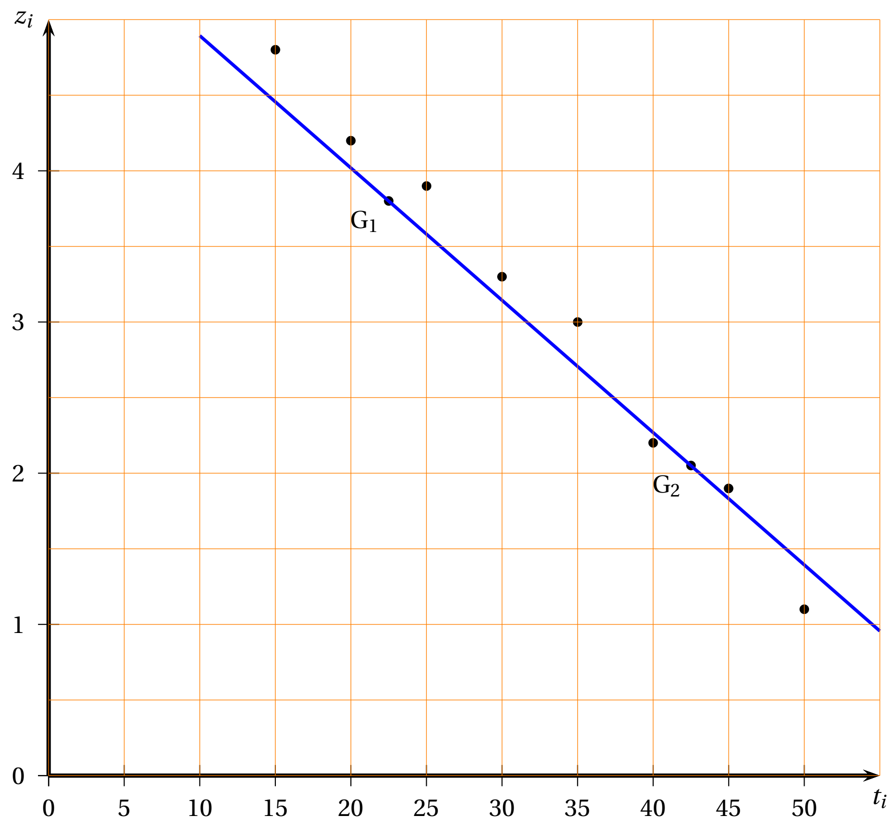
Corrigé du baccalauréat STL Métropole septembre 2000 Biochimie – Génie biologique

Exercice 1 **8 points**

t_i	15	20	25	30	35	40	45	50
y_i	120	67	49	27	20	9	7	3
$z_i = \ln y_i$	4,8	4,2	3,9	3,3	3	2,2	1,9	1,1

1.

2.



3. **a.** On trouve $G_1(17,5\ ;\ 3,8)$ et $G_2(42,5\ ;\ 2,05$.

b. Voir la figure.

c. On écrit que les coordonnées des deux points moyens vérifient l'équation de la droite :

$\left\{\begin{array}{l c l}3,8 & = & 22,5a+b\\ 2,05 & = & 42,5a+b\end{array}\right. \Rightarrow$ (par différence) $-1,75 = 20a \iff a = -\dfrac{1,75}{20} = -0,0875$, d'où $b = 3,8-22,5\times(-0,0875) = 5,76875$ soit en arrondissant au centième : $z = -0,088t+5,769$.

4. **a.** Pour $t = 90$, on obtient $z = -0,088\times 90+5,769 = -2,151$.

Or $z = \ln y = -2,151 \iff y = \mathrm{e}^{-2,151} \approx 0,1$ soit 0 survivants

b. On peut donc dire qu'au bout de une heure et demie, il n'y a a plus de bactéries.

Exercice 2 **12 points**

1. **a.** On sait que $\lim\limits_{x\to+\infty}(x-4) = \lim\limits_{x\to+\infty} 0,2x = +\infty$ et que $\lim\limits_{x\to+\infty} \mathrm{e}^{0,2x} = +\infty$, donc $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

   b. On a $f(x) = x\mathrm{e}^{0,2x} - 4\mathrm{e}^{0,2x}$.
   $\lim\limits_{x\to-\infty} 0,2x = -\infty$, donc $\lim\limits_{x\to-\infty} \mathrm{e}^{0,2x} = 0$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} x\mathrm{e}^{0,2x} = 0$, donc finalement $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0$.
   Graphiquement ceci signifie que l'axe des abscisses ($y = 0$) est asymptote à la courbe $\mathscr{C}$ au voisinage de moins l'infini.

2. **a.** La dérivée de $\mathrm{e}^{0,2x}$ est $0,2\mathrm{e}^{0,2x}$, d'où :
   $f'(x) = \mathrm{e}^{0,2x} + 0,2(x-4)\mathrm{e}^{0,2x} = \mathrm{e}^{0,2x}(0,2x - 0,8 + 1) = (0,2x + 0,2)\mathrm{e}^{0,2x}$.
   Comme $\mathrm{e}^{0,2x} > 0$ quel que soit le réel x, le signe de $f'(x)$ est celui de $0,2x + 0,2$.
   $0,2x + 0,2 > 0 \iff 0,2x > -0,2 \iff x > -1$: donc sur $]-1\ ;\ +\infty[$, $f'(x) > 0$: la fonction f est croissante.
   De même $0,2x + 0,2 < 0 \iff 0,2x < -0,2 \iff x < -1$: donc sur $]-\infty\ ;\ -1[$, $f'(x) < 0$: la fonction f est décroissante.

   b. D'où le tableau de variations de f :

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	$\searrow$	$-5\mathrm{e}$	$\nearrow$	$+\infty$

   Avec $f(-1) = (-1-4)\mathrm{e}^{1} = -5\mathrm{e}$.

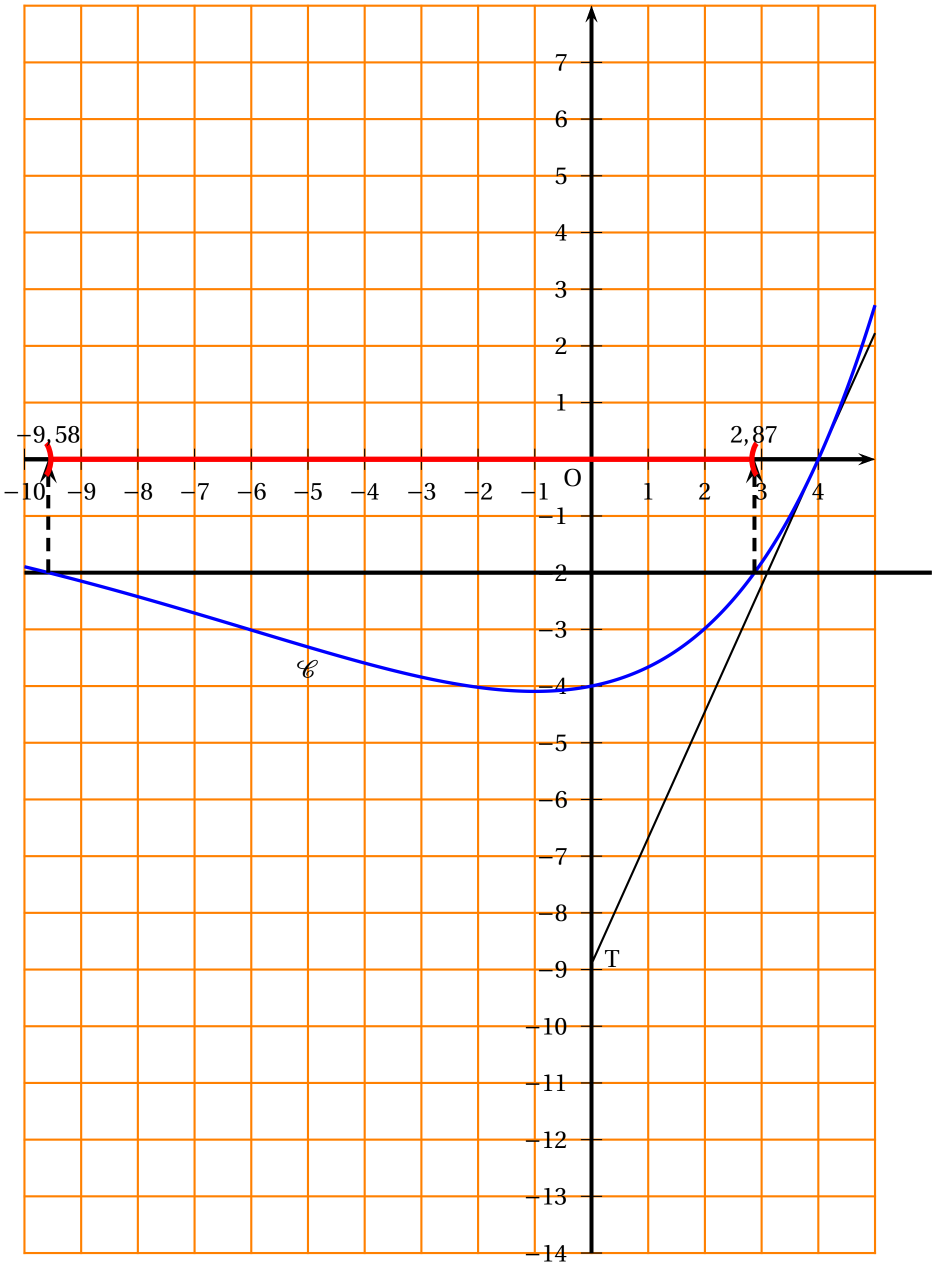
3. **a.** On a $f(x) = 0 \iff (x-4)\mathrm{e}^{0,2x} = 0 \iff x - 4 = 0$ (car $\mathrm{e}^{0,2x} \neq 0$) $\iff x = 4$.
   La courbe $\mathscr{C}$ coupe l'axe des abscisses au point $(4\ ;\ 0)$.

   b. Une équation de T est $y = f(4) + f'(4)(x-4)$.
   On sait que $f(4) = 0$ et $f'(4) = (0,2\times 4 + 0,2)\mathrm{e}^{0,2\times 4} = \mathrm{e}^{0,8}$.
   Une équation de T est donc $y = \mathrm{e}^{0,8}(x-4)$.

   c. Voir à la fin.

4. On trace la droite d'équation $y = -2$ qui coupe la courbe $\mathscr{C}$ en deux points d'abscisse approximative $-9,6$ et 2,9.
   L'équation $f(x) < -2$ a pour ensemble des solutions l'intervalle $]-9,6\ ;\ 2,9[$.

5. $F'(x) = 5\mathrm{e}^{0,2x} + 0,2\times(5x-45)\mathrm{e}^{0,2x} = \mathrm{e}^{0,2x}(5 + x - 9) = (x-4)\mathrm{e}^{0,2x} = f(x)$.
   $F'(x) = f(x)$, donc F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.



−9,58
2,87
O
T
$\mathscr{C}$