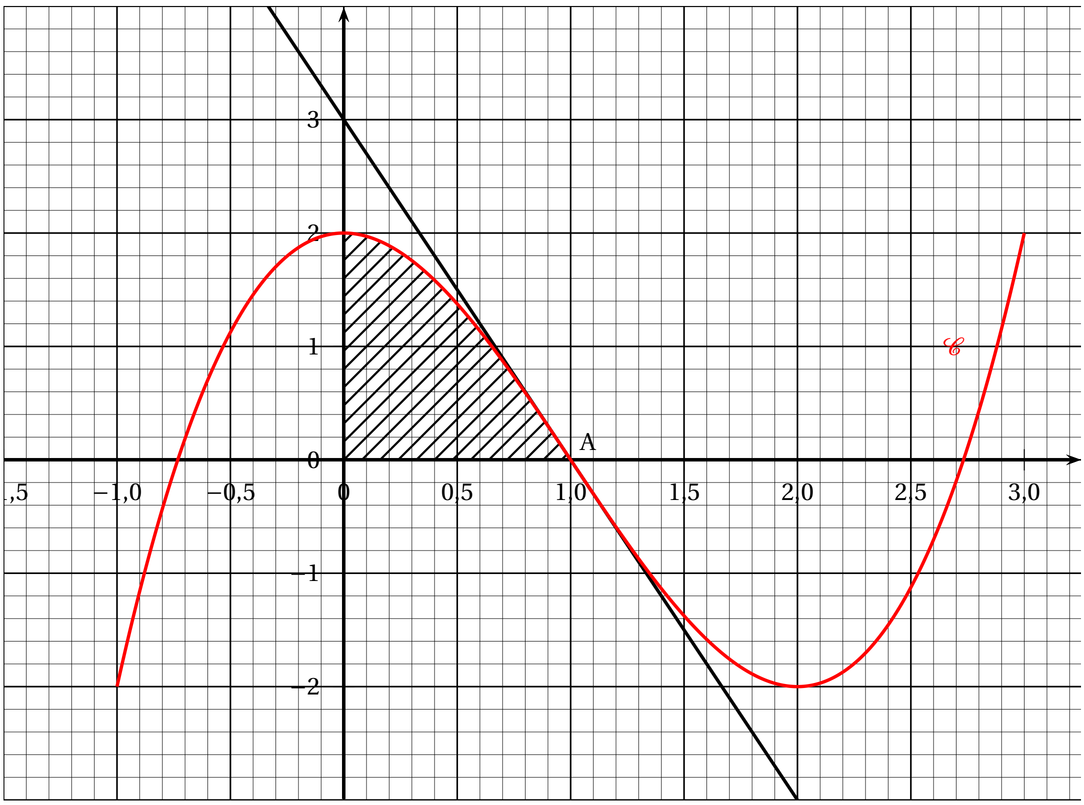
∽ Baccalauréat STL Biotechnologies ∾

Métropole – La Réunion – 8 septembre 2020

Exercice 1 — 4 points

Pour chacune des quatre affirmations de l'exercice, déterminer si elle est vraie ou fausse, puis justifier de manière claire et concise la réponse donnée.

Dans tout l'exercice, on considère la fonction f définie sur $[-1\,;\,3]$ dont la courbe représentative $\mathscr{C}$ est donnée ci-dessous.
On note f' la fonction dérivée de la fonction f.
La tangente à $\mathscr{C}$ au point $\text{A}(1\,;0)$ passe par le point de coordonnées $(0\,;3)$.
La fonction F désigne une primitive de la fonction f sur $[-1\,;\,3]$.



Affirmation 1 : L'équation $f(x) = 0$ admet 3 solutions dans $[-1\,;\,3]$.

Affirmation 2 : L'équation $f'(x) = 0$ admet 3 solutions dans $[-1\,;\,3]$.

Affirmation 3 : $1 \leqslant \displaystyle\int_0^1 f(x)\,\text{d}x \leqslant 2$.

Affirmation 4 : La fonction F est décroissante sur $[0\,;\,1]$.

Exercice 2 — 6 points

Les deux parties sont indépendantes.

Une agence de sondage s'est vu confier par le ministère une enquête sur la proportion de personnes consommant du café quotidiennement selon leur âge.

Partie A

Les résultats sur un échantillon de personnes sont donnés ci-dessous :

Tranche d'âge	[20 ; 30[	[30 ; 40[	[40 ; 50[	[50 ; 60[	[60 ; 70[
x_i	25	35	45	55	65
y_i	42	50	65	72	84

Pour chaque tranche d'âge, on note x_i le centre de la classe et y_i le taux (en pourcentage) de personnes consommant quotidiennement du café.

1. Représenter le nuage de points $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans le repère fourni en **annexe 1**.

2. **a.** À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite $\mathscr{D}$ d'ajustement de y en x, sous la forme $y = ax + b$, obtenue par la méthode des moindres carrés.

b. Tracer la droite $\mathscr{D}$ sur le graphique de l'**annexe 1**.

3. Le modèle d'ajustement précédent est-il adapté pour la tranche d'âge [80 ; 90[? Justifier.

Partie B

La consommation annuelle de café dans le monde était de 9,564 millions de tonnes en 2018. Entre 2012 et 2018, cette consommation a augmenté d'environ 1,3 % en moyenne par an.
Pour tout entier naturel n, on note c_n la consommation mondiale de café (en million de tonnes) pour l'année $2018 + n$. On a donc $c_0 = 9,564$.
Dans la suite de l'exercice, on suppose que la consommation annuelle continue d'augmenter de 1,3 % tous les ans.

1. Calculer c_1 et arrondir au millième. Interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.

2. Justifier que (c_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

3. **a.** Pour tout entier naturel n, exprimer c_n en fonction de n.

b. En déduire la consommation annuelle de café en 2032 (en million de tonnes) selon ce modèle. Arrondir au millième.

4. On souhaite savoir à partir de quelle année la consommation annuelle de café dépassera 16 millions de tonnes.
Pour cela, on considère l'algorithme incomplet fourni **annexe 2**, où N indique l'année et C la consommation de café (en million de tonnes). Compléter l'algorithme pour obtenir le résultat attendu et donner le résultat.

Exercice 3 — 5 points

Les trois parties peuvent être traitées de manière indépendante.

Partie A

Dans une fabrique de bonbons, les bonbons TROPBONS constituent le produit phare. Chaque paquet contient 200 bonbons conditionnés en dix paquets individuels de vingt bonbons.
Le paquet d'emballage pèse 4 grammes et les paquets individuels 1 gramme.
On modélise la masse d'un bonbon (en gramme) par une variable aléatoire B qui suit une loi normale de moyenne 5 et d'écart type 0,08.
Les bonbons sont rejetés à la vérification si leur masse n'est pas comprise entre 4,77 g et 5,23 g.

1. On choisit un bonbon au hasard avant vérification. Quelle est la probabilité qu'il soit accepté 7 Donner un arrondi au millième.

2. Un responsable qualité affirme qu'au moins 99 % des bonbons pèsent plus de 4,8g. A-t-il raison ? Justifier.

3. Quelle est la masse moyenne d'un paquet de 200 bonbons ?

Partie B

Dans cette partie, on s'intéresse à la qualité des bonbons avant leur mise en sachets.
On admet que la probabilité qu'un bonbon soit impropre à la vente est égale à $0,004$. On prélève au hasard 200 bonbons en fin de chaîne de production.
On suppose que la production est suffisamment importante pour assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise.
On note X la variable aléatoire qui, à chaque prélèvement de ce type, associe le nombre de bonbons impropres à la vente.
Les paquets de bonbons doivent contenir au plus trois bonbons impropres à la vente. On tire au hasard 200 bonbons.
En justifiant soigneusement la démarche, déterminer la probabilité que le paquet qui les contient soit accepté par le service qualité. Arrondir au millième.

Partie C

Soucieuse de l'environnement, la fabrique de bonbons s'interroge sur la suppression des paquets individuels.
Avant de prendre la décision, le service développement durable lance une enquête sur un échantillon de 800 consommateurs pour estimer l'influence sur les ventes d'une éventuelle suppression des sachets individuels. Parmi ces 800 consommateurs, le nombre de clients qui achèteraient ce produit avec les sachets individuels est de 735 et le nombre de clients qui achèteraient le produit sans sachets individuels est de 720.

1. Déterminer les intervalles de confiance à 95 % de la proportion de clients qui achèteraient le produit avec ou sans sachets individuels. Arrondir au millième.
2. Au niveau de confiance de 95 %, peut-on penser que la suppression des sachets entraînera une baisse de la consommation ? Justifier.

Exercice 4 — 5 points

Les deux parties peuvent être traitées de manière indépendante.

Un bassin d'eau contenant 50 000 m^3 a subi une pollution aux nitrates. Des mesures ont permis d'estimer qu'à l'instant t_0 la concentration en nitrate est de 10 000 mg/L.
Un travail de dépollution est mis en œuvre et on note $f(t)$ la concentration en nitrate dans l'eau, en mg/L, à l'instant t exprimé en heure, en prenant $t_0 = 0$.

Partie A

On admet que la fonction f est solution de l'équation différentielle

$$E : \quad y' + 0,2y = 8$$

sur $[0~;~+\infty[$, où y est une fonction de la variable t définie et dérivable sur $[0~;~+\infty[$, et y' la fonction dérivée de y.

1. Déterminer les solutions de l'équation différentielle E.
2. **a.** Expliquer pourquoi $f(0) = 10000$.
   b. En déduire l'expression de f sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$.

Partie B

On admet dans cette partie que sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$, $f(t) = 9960\,\mathrm{e}^{-0,2t} + 40$.

1. **a.** Calculer la fonction dérivée f' de la fonction f.
   b. Vérifier que la concentration de polluant est décroissante dans le temps.

2. Un logiciel de calcul formel fournit les résultats suivants, qui pourront être utilisés sans justification :

$f(t) = 9\,960\,\mathrm{e}^{-0,2t} + 40$ $\leftarrow 9\,960\,\mathrm{e}^{-0,2t} + 40$
Limite $f(t)$, $+\infty$ $\leftarrow 40$

Préciser la limite de la fonction f en $+\infty$.
Que signifie cette limite dans le contexte de l'exercice ?

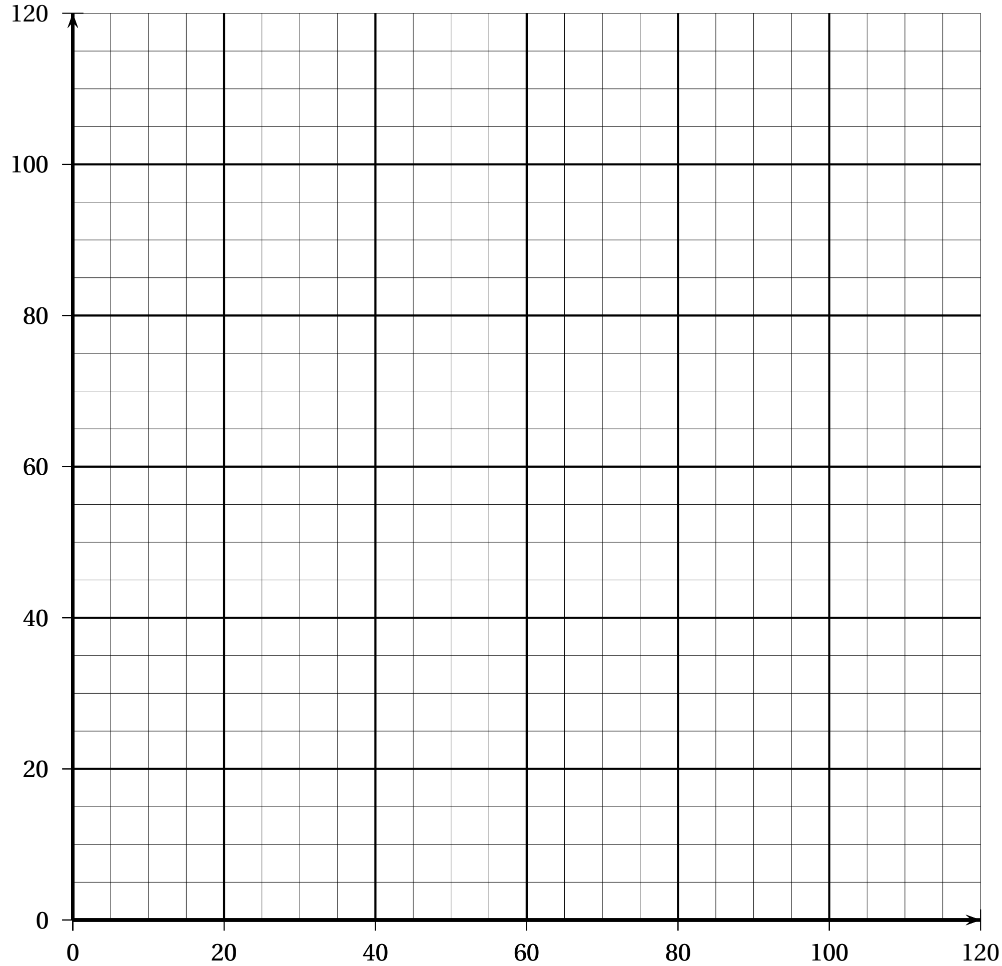
3. Une eau est considérée comme potable lorsque la concentration en nitrate est inférieure à 50 mg/L.
Combien de temps au minimum doit-on attendre pour atteindre cette concentration ?
On donnera le résultat en heure minute, arrondi à la minute.

Annexe

À rendre avec la copie

Exercice 2

Annexe 1



Annexe 2

```
N ← 0
C ← 9,564
Tant que .....
    N ← N+1
    C ← ...
Fin Tant que
N ← 2018+N
```