

⌘ Baccalauréat STL Biochimie–Génie biologique juin 2006 ⌘
Antilles-Guyane

Calculatrice autorisée

Durée de l'épreuve : 2 heures

Coefficient : 2

EXERCICE 1

12 points

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0; 4]$ par :

$$f(x) = \frac{3 + 2\ln(x)}{x}$$

On appelle \mathcal{C} sa courbe représentative dans le repère orthogonal $(O; \vec{i}, \vec{j})$ d'unités graphiques :

- 4 cm pour une unité sur l'axe des abscisses et
- 2 cm pour une unité sur l'axe des ordonnées.

1. Calculer la limite de $f(x)$ quand x tend vers 0. On pourra écrire $f(x)$ sous la forme :

$$f(x) = [3 + 2\ln(x)] \times \frac{1}{x}$$

Donner une interprétation graphique du résultat.

2. Justifier que la dérivée f' est donnée par $f'(x) = \frac{-1 - 2\ln(x)}{x^2}$ pour x appartenant à $]0; 4]$.
3. a. Résoudre l'équation : $-1 - 2\ln(x) = 0$.
Donner la valeur exacte de la solution puis une valeur arrondie au centième.
- b. Résoudre l'inéquation : $-1 - 2\ln(x) > 0$.
- c. En déduire le signe de la dérivée f' puis le tableau de variations de la fonction f sur $]0; 4]$.
4. a. Recopier et compléter le tableau suivant avec des valeurs arrondies au centième :

x	0,2	0,3	0,4	0,6	0,8	1	1,5	2	3	4
$f(x)$		1,97								

- b. Donner une équation de la tangente T à la courbe \mathcal{C} au point A d'abscisse 1.
- c. Tracer la courbe \mathcal{C} et la tangente T .
- d. Estimer, à l'aide du graphique, les solutions de l'équation $f(x) = 2$. On laissera apparents les traits de constructions.

EXERCICE 2

8 points

Dans cet exercice, les valeurs calculées seront arrondies au millième.

On étudie l'évolution d'une population de bactéries en fonction du temps.

N désigne le nombre de bactéries en milliers par millilitre à un instant donné t exprimé en heures.

On a observé et relevé N toutes les demi-heures et on a obtenu le tableau ci-dessous :

t	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
N	9	10,5	11	12,5	15	16	18	20	22	24	26

Pour étudier l'évolution de cette population, on effectue un changement de variable : $y = \ln(N)$.

1. Recopier et compléter le tableau suivant :

t	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$y = \ln(N)$											

2. Représenter le nuage de points de coordonnées $(t_i ; y_i)$ dans un repère orthogonal, en prenant comme unités
- sur l'axe des abscisses : 3 cm pour une heure
 - sur l'axe des ordonnées : 10 cm pour une unité, en commençant les graduations à partir de 2.
3. a. Calculer les coordonnées de G, point moyen du nuage.
b. Déterminer une équation de la droite D passant par G et ayant pour coefficient directeur 0,215.
c. Tracer cette droite D sur le graphique précédent.
4. On considère que cette droite permet un ajustement de la série $(t_i ; y_i)$. Estimer le nombre de bactéries (en milliers par millilitre) au bout de 6 heures, à l'aide du graphique puis par un calcul.