

Durée : 2 heures

☞ Baccalauréat STL Biochimie La Réunion juin 2011 ☞

EXERCICE 1

10 points

Questionnaire à choix multiples : pour chaque question une seule des propositions est exacte, aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte 1 point, une réponse inexacte ou l'absence de réponse n'ajoute ni ne retire aucun point.

On inscrira sur la copie la référence de la question (exemple : A 1.) et la lettre de la réponse choisie.

A. Sur les 800 élèves d'un lycée, 450 pratiquent un sport et parmi ceux-ci, $\frac{1}{3}$ sont des externes.

De plus 21,25 % des élèves du lycée sont des externes ne pratiquant aucun sport.

On interroge un élève au hasard parmi les 800; chaque élève a la même probabilité d'être interrogé.

1. La probabilité d'interroger un élève qui pratique un sport est :

a. $\frac{1}{450}$

b. $\frac{9}{16}$

c. 0,45

2. La probabilité d'interroger un élève externe est :

a. 0,32

b. $\frac{1}{3}$

c. 0,4

3. La probabilité d'interroger un élève qui est externe ou qui pratique un sport est :

a. $\frac{77}{80}$

b. $\frac{31}{40}$

c. 0,75

4. On interroge au hasard un élève parmi les externes, la probabilité d'interroger un élève qui pratique un sport est :

a. 0,46875

b. $\frac{3}{16}$

c. $\frac{1}{3}$

B. On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = x \ln x - x$.

1. a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$

b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$

c. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

2. L'équation $f(x) = 0$ admet pour solution :

a. 0

b. 1

c. e

3. La fonction dérivée de f est définie sur $]0; +\infty[$ par :

a. $f'(x) = \ln x$

b. $f'(x) = \frac{1}{x} - 1$

c. $f'(x) = \ln x + x - 1$

C. On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = 1 + e^{-x}$.

1. En $+\infty$ la courbe représentative de f admet une asymptote d'équation :

a. $y = 0$

b. $y = 1$

c. $x = 0$

2. Une primitive de la fonction f est la fonction F définie sur \mathbb{R} par :

a. $F(x) = -e^{-x}$

b. $F(x) = x + e^{-x}$

c. $F(x) = x - e^{-x}$

D. Soit l'équation différentielle $y' + 2y = 0$; parmi les solutions de cette équation, on considère la solution particulière f telle que $f(0) = 3$. L'expression de $f(x)$ sur \mathbb{R} est :

a. $f(x) = 3e^{-2x}$

b. $f(x) = 3e^{2x}$

c. $f(x) = -3e^{-2x}$

EXERCICE 2

10 points

Partie A : étude graphique d'une courbe de titrage

Dans une solution d'acide chlorhydrique, on verse un volume v (en mL) d'une solution d'hydroxyde de sodium et on mesure à chaque étape de l'expérience le pH de la solution obtenue.

Un élève a fait les mesures suivantes (pH arrondi à 0,1 près) :

Volume v (ml) de NaOH versé	0	2	4	6	8	10	12	14
pH	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,9	3,8
Volume v (ml) de NaOH versé	16	18	20	22	24	26	28	30
pH	7	10,1	11	11,3	11,4	11,5	11,6	11,7

- Tracer la courbe (C) de titrage obtenue à partir du tableau ci-dessus.
Unités : en abscisses 1 cm pour 2 mL; en ordonnées 1 cm pour unité de pH.
- À l'équivalence le pH de la solution est 7. Quel volume de solution d'hydroxyde de sodium a été versé à l'équivalence?
- Quel est le pH initial de la solution d'acide chlorhydrique?
- Au point E(16; 7), la courbe (C) admet une tangente (T) de coefficient directeur égal à 2. Déterminer l'équation de la tangente (T) et tracer cette tangente sur la courbe du 1.
- Pour un volume v de solution d'hydroxyde de sodium versé inférieur strictement à 12 ml, on cherche à décrire à l'aide d'une fonction l'évolution du pH en fonction du volume v . Quel type de fonction pourrait-on proposer? Déterminer cette fonction.

Partie B : étude d'un modèle mathématique

On considère que la courbe (C), obtenue en partie A, est la représentation graphique de la fonction f définie sur $[0; 30]$ par

$$f(x) = 0,05x + 10,2 - \frac{8}{1 + e^{x-16}}.$$

- Justifier que la valeur exacte de $f(16)$ est 7.
- Déterminer la fonction dérivée f' de f et montrer qu'on peut écrire :

$$f'(x) = 0,05 + \frac{8e^{x-16}}{(1 + e^{x-16})^2}$$

- Justifier que, pour tout x réel de $[0; 30]$, $f'(x) > 0$ et en déduire le sens de variation de f sur cet intervalle.
- Soit (T_A) la tangente à (C) au point A(14; $f(14)$) et soit (T_B) la tangente à (C) en B(18; $f(18)$). Montrer que (T_A) et (T_B) sont deux droites parallèles.
- On donne $f(14) = 3,85$ et $f(18) = 10,15$ à 10^{-2} près. À quel point du graphique de la première partie de l'exercice correspond le milieu de [AB]? (Justifier).