

Durée : 2 heures

☞ Baccalauréat STL Biochimie Métropole 17 juin 2011 ☞

EXERCICE 1

8 points

Dans un refuge animalier, pendant 12 semaines é partir du 1^{er} juillet 2010, on a noté, pour chaque semaine, le nombre de cas confirmés d'animaux atteints du virus V. On a obtenu le tableau suivant :

Rang de la semaine : x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Effectif : y_i	2	1	4	6	6	10	10	14	10	13	13	17

1. Représenter le nuage de points $M_i(x_i ; y_j)$ dans un repère orthonormal d'unité 1 cm.
2. Déterminer les coordonnées, sous forme de fraction, du point moyen G_1 de la série des six premières valeurs, ainsi que celles du point moyen G_2 de la série des six dernières valeurs.
3. Placer les points G_1 et G_2 sur la figure précédente et tracer la droite $(G_1 G_2)$.
4. a. Montrer que l'équation réduite de la droite $(G_1 G_2)$ est : $y = \frac{4}{3}x + \frac{1}{6}$.
b. Si l'on considère que cette droite est la droite d'ajustement de la série, quel serait le nombre de cas confirmés d'animaux atteints du virus au cours de la 15^e semaine ?
5. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

Pour des raisons sanitaires, le refuge doit fermer dès que le nombre de cas dépasse l'effectif de 50 animaux atteints du virus. Si cette épidémie se poursuit, et si l'on admet que l'ajustement défini à la question précédente reste valable, devra-t-on fermer le refuge avant sa désinfection annuelle, qui a lieu pendant la dernière semaine de décembre (26^e semaine) ?

EXERCICE 2

12 points

Partie A : étude d'une fonction

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0; 6]$ par l'expression :

$$f(t) = 5e^{-0,35t}.$$

1. Montrer que la fonction f est strictement décroissante sur l'intervalle $[0; 6]$.
2. Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant (donner les valeurs arrondies au dixième) :

t	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6
$f(t)$	5				2,5								0,6

3. Tracer la courbe représentative (C) de la fonction f dans un repère orthonormal en prenant pour unité 2 cm sur chaque axe.
4. Résoudre graphiquement, sur l'intervalle $[0; 6]$, l'inéquation : $f(t) \leq 1$.
On fera apparaître les traits de construction.

Partie B : injection d'un médicament

Lorsque la pénicilline est injectée directement dans le sang, on considère que sa vitesse d'élimination est, à chaque instant, proportionnelle à la quantité de pénicilline présente dans le sang à cet instant.

Ainsi, la quantité de pénicilline $Q(t)$, exprimée en milligrammes, présente dans le sang à l'instant t ($t \geq 0$, exprimé en heures), est solution de l'équation différentielle :

$$Q'(t) = -aQ(t), \quad \text{où } a \text{ est un réel.}$$

À l'instant $t = 0$, on injecte une dose de 5 mg de pénicilline.

1. Montrer que, pour tout réel $t \geq 0$: $Q(t) = 5e^{at}$.
2. Sachant qu'au bout de 2 heures, la quantité de pénicilline présente dans le sang a diminué de moitié, montrer que : $a = \frac{\ln 2}{2}$. Donner une valeur arrondie de a au centième.
3. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

On admet que la fonction f définie à la partie A décrit de façon satisfaisante la quantité de pénicilline présente dans le sang entre 0 et 6 heures.

Déterminer à partir de quel instant, exprimé en heures et minutes et arrondi à la minute, la quantité de pénicilline présente dans le sang sera inférieure à 1 mg.