Baccalauréat STL Biochimie–Génie biologique
Métropole juin 2006

Calculatrice autorisée

Durée de l'épreuve : 2 heures — Coefficient : 2

EXERCICE 1 — **9 points**

Le danger d'une exposition au bruit dépend de deux facteurs :

- le niveau sonore (x_i)
- la durée de l'exposition (y_i)

Le niveau sonore est exprimé en décibels, dont l'abréviation est dB.
Par exemple :
- 50 dB est le niveau habituel de conversation
- 85 dB est le seuil de nocivité (pour une exposition de 8 heures parjour).

Des durées limites d'exposition quotidienne à une phase bruyante ont été calculées et intégrées à la réglementation. Les résultats sont donnés dans le tableau ci-dessous :

Niveau sonore en dB : x_i	Durée maximale d'exposition en heures par jour : y_i
$x_1 = 85$	$y_1 = 8$
88	4
91	2
94	1
97	0,5
100	0,25

Ainsi être exposé 8 heures à 85 dB est exactement aussi dangereux que d'être exposé 1 heure à 94 dB.

1. **a.** Montrer que les six niveaux sonores donnés dans la première colonne du tableau ci-dessus sont en progression arithmétique.

   b. On suppose que la progression reste la même. Déterminer le terme x_{13}.

2. **a.** Montrer que les durées maximales d'exposition, exprimées en heures par jour, données dans la deuxième colonne sont en progression géométrique.

   b. On suppose que la progression reste la même. Déterminer le terme y_{13}. Arrondir à la seconde la plus proche.

3. **a.** On pose $z_i = \ln\left(y_i\right)$, où ln désigne la fonction logarithme népérien.
   Recopier puis compléter le tableau ci-dessous dans lequel on fera figurer les valeurs approchées de z_i arrondies à 10^{-3} près.

Niveau sonore x_i	85	88	91	94	97	100
$z_i = \ln\left(y_i\right)$	2,079					

   b. Placer les points de coordonnées $(x_i~;~z_i)$ dans un repère orthogonal tel que l'intersection des axes a pour coordonnées (85 ; 0) ; 0,5 cm représente 1 dB en abscisse et 1 cm représente 0,5 unité en ordonnées.

   c. Les points du nuage semblent alignés.
   Déterminer une équation de la droite $\mathcal{D}$ passant par le point A d'abscisse 85 et le point B d'abscisse 94, sous la forme $z = ax + b$, où a et b sont calculés à 10^{-3} près.

4. Un concert de rock atteint les 120 dB. Déterminer pendant combien de temps, exprimé en secondes, on peut l'écouter pour que les normes en vigueur soient respectées :

a. en utilisant l'équation de la droite $\mathscr{D}$;

b. en utilisant le graphique (laisser apparents les tracés utiles).

EXERCICE 2 **11 points**

On injecte à l'instant $t = 0$ une substance dans le sang d'un animal. La concentration C (en mg/L) de la substance injectée varie en fonction du temps t exprimé en heures suivant la relation :

$$C(t) = 8\left(\mathrm{e}^{-t} - \mathrm{e}^{-2t}\right).$$

On définit ainsi une fonction C sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.
On appelle $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction C dans un repère orthogonal $\left(\mathrm{O}\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath}\right)$.
Unités graphiques :
— 2 cm pour une unité sur l'axe des abscisses
— 5 cm pour une unité sur l'axe des ordonnées.

1. **a.** Calculer la limite de la fonction C lorsque t tend vers $+\infty$.

   b. La courbe $\mathscr{C}$ admet-elle une asymptote ? Si oui, préciser son équation.

2. **a.** Calculer la dérivée C' de C. Montrer qu'elle vérifie $C'(t) = 8\mathrm{e}^{-2t}\left(2 - e\mathrm{e}^{t}\right)$.

   b. Résoudre dans l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ l'équation $C'(t) = 0$. Calculer la valeur exacte de la solution, puis une valeur approchée à 10^{-2} près.

   c. Étudier le signe de $C'(t)$ sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.

   d. En déduire le tableau de variations de la fonction C. Montrer que la valeur maximale de la concentration est 2.

3. Déterminer l'équation de la tangente T à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0.

4. Recopier puis compléter le tableau de valeurs ci-dessous, en arrondissant les valeurs de $C(t)$ à 10^{-2} près.

t (en heures)	0	0,25	0,5	1	1,5	2	2,5	3	4	5
$C(t)$										

5. **a.** Construire la tangente T en précisant les coordonnées des deux points qui permettent son tracé.

   b. Construire dans le même repère la courbe $\mathscr{C}$ sur l'intervalle $[0\,;\,5]$.

6. Déterminer graphiquement au bout de combien de temps la concentration retombe à la moitié de sa valeur maximale, en faisant figurer les tracés utiles.

   Donner le résultat en heures et minutes en arrondissant à la minute la plus proche.