Baccalauréat STL Métropole Biotechnologies
12 septembre 2013

EXERCICE 1 **5 points**

Monsieur Durand est embauché le 1er janvier 2012. Son salaire mensuel est de 1 300 euros en 2012, puis il augmentera de 1,7 % chaque année.
Madame Martin est embauchée à la même date. Son salaire mensuel est de 1 150 euros en 2012, puis il augmentera de 2,3 % chaque année.
Pour tout entier naturel n, on note a_n le salaire mensuel de Monsieur Durand au cours de l'année $2012 + n$ et b_n celui de Madame Martin au cours de l'année $2012 + n$.

1. **a.** Exprimer a_{n+1} en fonction de a_n ; en déduire la nature de la suite (a_n).
   b. Déterminer l'expression de a_n en fonction de n.
2. Déterminer l'expression de b_n en fonction de n.
3. Pour répondre à une question concernant le salaire de Monsieur Durand, un élève propose l'algorithme ci -dessous :

```
B prend la valeur 1 300
N prend la valeur 0
Tant que B ⩽ 1400
      Remplacer N par N + 1
      Remplacer B par B × 1,017
Fin Tant que
Afficher N + 2012
```

   a. Faire fonctionner cet algorithme.
   b. Que représente la valeur affichée par cet algorithme ?
4. **a.** Écrire un algorithme permettant de déterminer l'année où le salaire mensuel de Madame Martin dépassera 1 500 euros.
   b. À partir de quelle année le salaire mensuel de Madame Martin dépassera-t-il 1 500 euros ?
5. À partir de quelle année le salaire mensuel de Madame Martin dépassera-t-il celui de Monsieur Durand ?

EXERCICE 2 **7 points**

Les parties A et B sont indépendantes

Partie A

Le tableau suivant donne la tension artérielle (systolique) moyenne y_i d'une population d'hommes à différents âges x_i :

Âge x_i en années	25	40	50	60	70
Tension artérielle moyenne y_i en mm de mercure	118,2	124,3	131,9	136,5	142,5

1. Représenter le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans un repère orthogonal. L'axe des ordonnées sera gradué à partir de 100 et on prendra pour unités : 2 cm pour 10 ans sur l'axe des abscisses ; 2 cm pour 10 mm de mercure sur l'axe des ordonnées.

2. À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite D d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés (on arrondira les coefficients à 10^{-4} près).

   Pour la suite de l'exercice, on prendra pour équation de la droite D : $y = 0,55x + 103,75$.

3. Tracer la droite D sur le graphique précédent.

4. Avec ce modèle d'ajustement, estimer graphiquement, en laissant apparents les traits de construction, la tension artérielle moyenne d'un homme de 75 ans.

5. Avec ce modèle d'ajustement, déterminer algébriquement à partir de quel âge un homme a une tension artérielle moyenne supérieure à 150.

Partie B

Dans la population étudiée en partie A, 30 % des hommes souffrent d'hypertension artérielle.

1. On considère 200 hommes pris au hasard dans cette population et on mesure leur tension artérielle moyenne. La population est suffisamment importante pour que ce choix soit assimilé à un tirage avec remise.

   Soit X la variable aléatoire égale au nombre d'hommes souffrant d'hypertension.

   Justifier que X suit une loi binomiale et préciser les paramètres de cette loi.

2. On décide d'approcher la variable aléatoire donnant le nombre des hommes souffrant d'hypertension artérielle dans le prélèvement par la variable aléatoire Y qui suit la loi normale d'espérance 60 et d'écart type 6,5.

   Déterminer la probabilité, arrondie à 10^{-2} près, que dans ce groupe de 200 hommes :

   a. entre 47 et 73 individus souffrent d'hypertension ;

   b. plus de 73 individus souffrent d'hypertension.

3. Un médecin constate que, parmi 100 hommes en surpoids choisis au hasard dans cette population, 42 souffrent d'hypertension.

   Peut-il considérer que cette proportion d'hommes hypertendus est conforme à celle de la population masculine étudiée ? Justifier la réponse.

EXERCICE 3 **8 points**

La conservation d'une variété de fruits nécessite de les placer, après la récolte et avant le stockage, dans un tunnel refroidissant à air pulsé.
On s'intéresse à l'évolution de la température du fruit en fonction du temps.
À l'instant $t = 0$, les fruits, dont la température est de 24 °C, sont placés dans le tunnel où l'air pulsé est à 2 °C.
On considère la fonction f définie sur $[0 ; +\infty[$ qui à tout instant t, exprimé en heures, associe la température d'un fruit, exprimée en °C.
On admet que f est la solution de l'équation différentielle :

$$y' + 0,61y = 1,22 \quad \text{vérifiant} \quad f(0) = 24.$$

1. Résoudre l'équation différentielle

$$y' + 0,61y = 1,22$$

   où y est une fonction dérivable sur $[0 ; +\infty[$.

2. En déduire que pour tout t de $[0~;~+\infty[$, $f(t) = 2 + 22\mathrm{e}^{-0,61t}$.

La courbe représentative de f, notée $\mathscr{C}$, est donnée en annexe.

3. Calculer la limite de $f(t)$ quand t tend vers $+\infty$.

Que peut-on en déduire pour la courbe de f ?

4. **a.** Déterminer $f'(t)$ où f' est la fonction dérivée de f.

b. Étudier le signe de $f'(t)$ sur $[0~;~+\infty[$.

c. Dresser le tableau de variation de f sur $[0~;~+\infty[$.

5. Déterminer graphiquement en faisant apparaître les traits de construction utiles :

a. la température d'un fruit au bout de 4 heures ;

b. au bout de combien de temps la température d'un fruit aura diminué de moitié par rapport à la température initiale.

6. **a.** Démontrer que la fonction F définie sur $[0~;~+\infty[$ par $F(t) = 2t - \dfrac{2200}{61}\mathrm{e}^{-0,61t}$ est une primitive de f sur $[0~;~+\infty[$.

b. En déduire $I = \displaystyle\int_0^6 f(t)\,\mathrm{d}t$ (valeurs exacte puis approchée au centième).

c. On admet que la température moyenne d'un fruit durant les 6 premières heures est $\dfrac{I}{6}$.

Déterminer cette température moyenne au dixième de degré près.

7. On considère que la vitesse de refroidissement est satisfaisante lorsque la température d'un fruit baisse de $\dfrac{7}{8}$ en moins de 6 heures. Peut-on considérer que la vitesse de refroidissement est satisfaisante ?

ANNEXE (à rendre avec la copie)

Exercice 3

Représentation graphique de la fonction f définie sur $[0~;~+\infty[$ par $f(t) = 2 + 22\text{e}^{-0,61t}$.