Baccalauréat STL Biotechnologies Polynésie
7 juin 2013

EXERCICE 1 **5 points**

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis au centième.

On s'intéresse à la désintégration radioactive de l'iode 131.
On désigne par N_0 le nombre d'atomes d'iode 131 à l'instant 0 et par N le nombre d'atomes d'iode 131 à l'instant t (t étant exprimé en jours).

Les mesures à différents instants de $\dfrac{N}{N_0}$ ont donné les résultats suivants :

Temps t (en jours)	0	2	4	6	8	10	12	14	16
$\dfrac{N}{N_0}$	1	0,82	0,69	0,61	0,49	0,43	0,36	0,30	0,26

1. Recopier et compléter le tableau suivant :

Temps t (en jours)	0	2	4	6	8	10	12	14	16
$z = \ln\left(\dfrac{N}{N_0}\right)$									

2. Représenter le nuage de points de coordonnées $(t_i\ ;\ z_i)$ dans le plan muni d'un repère orthogonal.

   On prendra comme unités 1 cm pour 2 jours sur l'axe des abscisses et 10 cm pour 1 unité sur l'axe des ordonnées.

3. Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage.
4. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite D d'ajustement de z en t par la méthode des moindres carrés.
5. Tracer D dans le repère précédent.
6. En déduire que, pour tout réel t de l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$, $\dfrac{N}{N_0} = \mathrm{e}^{-0,08t-0,02}$.
7. Que vaut le rapport $\dfrac{N}{N_0}$ au bout de 20 jours ?
8. Au bout de combien de jours, la quantité initiale a-t-elle été divisée par 10 ? Justifier la réponse.

EXERCICE 2 **3 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions posées, une seule des quatre réponses est exacte.
Recopier le numéro de chaque question et préciser la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse exacte rapporte 1 point; une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

1. On considère l'algorithme suivant (N désigne un entier naturel)

Entrée :	Saisir la valeur de N
Initialisation :	Affecter à i la valeur 0
	Affecter à A la valeur 25
Traitement :	Tant que $i < N$
	Affecter à i la valeur de $i+1$
	Affecter à A la valeur de $1,05 \times A - 0,1$
	Fin Tant que
Sortie :	Afficher A

Pour $N = 4$, l'arrondi à 10^{-2} du nombre affiché est :

a. 26,15 **b.** 28,63 **c.** 29,96 **d.** 30,82.

2. L'ensemble des solutions dans $]0\,;\,+\infty[$ de l'inéquation

$$(1-x)\ln x \leqslant 0$$

est :

a. $]0\,;1]$ **b.** $[1\,;\,+\infty[$ **c.** $]0\,;\,\text{e}]$ **d.** $]0\,;\,+\infty[$.

3. Soit $I = \displaystyle\int_0^1 \left(\text{e}^{2x} - x\right)\,\text{d}x$.

a. $I = \dfrac{\text{e}^2 - 2}{2}$ **b.** $I = \dfrac{2 - \text{e}^2}{2}$ **c.** $I = \text{e}^2 - 2$ **d.** $I = \text{e}^2 - \dfrac{3}{2}$.

EXERCICE 3 **5 points**

Dans cet exercice, on appelle « poids de naissance », la masse, exprimée en grammes, d'un nouveau né.
Les résultats seront arrondis au centième pour les probabilités et à l'entier pour les poids de naissance donnés en grammes.

Les trois parties sont indépendantes

Partie A

On s'intéresse au poids de naissance (exprimé en grammes) des enfants dans une région donnée. On note X la variable aléatoire qui, à un enfant choisi au hasard dans une maternité, associe son poids de naissance. On admet que X suit la loi normale d'espérance 3 300 et d'écart type 600.
On choisit un enfant au hasard dans cette maternité.

1. Déterminer la probabilité que cet enfant ait un poids de naissance compris entre 2 700 g et 3 900 g.
2. Déterminer l'entier h tel que $P(3300 - h \leqslant X \leqslant 3300 + h)$ soit égale à $0,95$ à 10^{-2} près.

   Interpréter le résultat obtenu.
3. Quelle est la probabilité que cet enfant ait un poids de naissance inférieure à 2 100 g?

Partie B

Dans cette partie, on considèrera l'hypotrophie sévère qui concerne les enfants dont le poids de naissance est inférieur ou égal à 2 170 g. On admet que la probabilité qu'un enfant choisi au hasard soit concerné par une hypotrophie sévère est égale à $0,03$.
Dans une maternité naissent 100 enfants par mois. Le nombre de naissances dans cette maternité est suffisamment important pour que le choix d'un enfant soit assimilé à un tirage avec remise. On appelle Y la variable aléatoire qui, à un mois donné, associe le nombre d'enfants concernés par une hypotrophie sévère.

1. Justifier que la variable Y suit une loi binomiale de paramètres 100 et $0,03$.
2. Déterminer la probabilité qu'au moins un enfant soit concerné par une hypotrophie sévère au cours d'un mois donné.

Partie C

Dans une autre région, on s'intéresse à la proportion p des enfants qui ont un poids de naissance compris entre 2 600 g et 4 000 g.
En prenant un échantillon de 500 enfants nés dans cette région, on observe que 370 enfants ont un poids de naissance compris entre 2 600 g et 4 000 g.
Donner une estimation de p par un intervalle de confiance, au niveau de confiance de 95 %.

EXERCICE 4 **7 points**

Les deux premières parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante. Plusieurs questions de la partie C peuvent être traitées de façon indépendante.

Lors de l'administration d'un analgésique au moyen d'une perfusion à débit continu, on désigne par $y(t)$ la quantité (en μg) d'analgésique présente dans l'organisme d'un patient en fonction de l'instant t (en min). On admet que y est une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$, solution de l'équation différentielle (E) suivante :

$$y' + 0,14y = 2$$

où y' est la fonction dérivée de y.

Partie A : Résolution de l'équation différentielle (E)

1. Résoudre l'équation différentielle (E).
2. Déterminer la fonction f définie sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$, solution de l'équation différentielle (E) qui vérifie $f(0) = 0$.

Partie B : Étude d'une fonction *f* .

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ par :

$$(t) = 14,29\left(1 - \mathrm{e}^{-0,14t}\right).$$

On désigne par C la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal. On prendra comme unités 1 cm pour 2 min sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 1 μg sur l'axe des ordonnées.

1. Déterminer $\lim\limits_{t \to +\infty} f(t)$. Que représente la droite D d'équation $y = 14,29$ pour la courbe C ?
2. **a.** Soit f' la fonction dérivée de f sur $[0\ ;\ +\infty[$.
   Montrer que pour tout réel t de l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$, $f'(t) = 2,0006\mathrm{e}^{-0,14t}$.

   b. En déduire le sens de variation de f sur $[0\ ;\ +\infty[$.
3. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe C au point d'abscisse 0.

   a. Compléter, après l'avoir reproduit sur la copie, le tableau de valeurs suivant dans lequel les valeurs seront arrondies au dixième.

t	0	5	10	15	20	30
$f(t)$			10,8			

   b. Tracer les droites T et D puis la courbe représentative C dans le repère orthogonal.

Partie C : Exploitation des résultats de la partie B

La fonction f étant la fonction définie dans la partie B, on admet que, pour tout t de l'intervalle $[0 ; 30]$, $f(t)$ représente, à l'instant t, la quantité d'analgésique présente dans l'organisme au cours d'une perfusion.
La quantité $Q = 14,29\ \mu$g s'appelle « quantité d'analgésique à l'équilibre ».

1. Cette quantité Q peut-elle être atteinte ? Justifier la réponse.
2. À l'aide de la courbe C, déterminer graphiquement le temps au bout duquel la quantité d'analgésique présente dans l'organisme du patient atteint la moitié de Q. Arrondir à l'entier le plus proche.
3. Au bout de 25 minutes, quel pourcentage représente la quantité d'analgésique par rapport à la quantité Q ?