# ∽ Baccalauréat STL juin 2008 Antilles–Guyane ∽
# Chimie de laboratoire et de procédés industriels

Calculatrice et formulaire autorisés 3 heures

Durée de l'épreuve : 3 heures Coefficient : 4

**EXERCICE 1** **4 points**

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal $\left(O ; \vec{u}, \vec{v}\right)$ (unité graphique : 1 cm).
On considère trois points A, B et C d'affixes respectives :

$$z_A = 6e^{\frac{i\pi}{6}} \quad ; \quad z_B = 4e^{-\frac{i\pi}{2}} \quad ; \quad z_C = 5\sqrt{3} - 5i.$$

1. Montrer que $z_A = 3\sqrt{3} + 3i$ et écrire $z_B$ sous forme algébrique.
2. Déterminer la forme trigonométrique de $z_C$.
3. Placer les points A, B et C sur une figure.
4. *Dans cette question toute trace de recherche même incomplète ou d'initiative même non fructueuse sera prise en compte dans l'évaluation.*
   Quelle est la nature du triangle ABC ?

**EXERCICE 2** **5 points**

On considère deux urnes notées respectivement U et V.
L'urne U contient trois boules marquées respectivement : 0, 1 et 2.
L'urne V contient quatre boules marquées respectivement : 0, 1, 2 et 3.
Ces boules sont indiscernables au toucher.
Une expérience aléatoire consiste à tirer au hasard une boule de l'urne U puis une boule de l'urne V.
On considère que tous les tirages de ces deux boules sont équiprobables.

1. **a.** Représenter tous les tirages possibles dans un tableau à double entrée.
   **b.** Montrer que la probabilité d'obtenir deux boules portant le même nombre est égale à $\frac{1}{4}$.
2. Un jeu consiste à tirer au hasard une boule de l'urne U, puis une boule de l'urne V.
   Le joueur doit miser 1 €.
   L'organisateur du jeu remet alors au joueur un montant (en €) égal au produit des deux nombres figurant sur les deux boules tirées (ce montant peut être nul).
   On appelle $X$ la variable aléatoire qui, à chaque jeu, associe le gain algébrique (c'est-à-dire positif, nul ou négatif) du joueur.
   Par exemple, si le joueur tire 2 dans l'urne U, puis 3 dans l'urne V, le gain algébrique du joueur est alors 5 ; si le joueur tire 0 dans l'urne U, puis 2 dans l'urne V, le gain algébrique du joueur est alors $-1$.
   **a.** Déterminer les valeurs prises par la variable aléatoire $X$.
   **b.** Présenter dans un tableau la loi de probabilité de la variable aléatoire $X$.
   **c.** Calculer la probabilité que le gain du joueur soit strictement supérieur à 2.
   **d.** On note E$(X)$ l'espérance mathématique de la variable aléatoire $X$. Calculer E$(X)$.
   On dit qu'un jeu est équitable si l'espérance de gain est nulle. Ce jeu est-il équitable ?

**PROBLÈME** **11 points**

On considère la fonction $f$ définie sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels par

$$f(x) = \left(-x + \frac{7}{4}\right)\text{e}^{2x}$$

On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de la fonction $f$ dans le plan muni d'un repère orthonormal $\left(\text{O}\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath}\right)$ (unités graphiques : 2 cm sur l'axe des abscisses, 1 cm sur l'axe des ordonnées).

**Partie I**

1. Déterminer la limite de la fonction $f$ en $+\infty$.
2. **a.** Vérifier que, pour tout nombre réel $x$, $f(x) = \left(-x\text{e}^{x} + \frac{7}{4}\text{e}^{x}\right)\text{e}^{x}$.

   **b.** Déterminer la limite de la fonction $f$ en $-\infty$. En déduire que la courbe $\mathcal{C}$ admet pour asymptote une droite $\mathcal{D}$. Donner une équation de cette droite $\mathcal{D}$.

   **c.** Calculer $f\left(\frac{7}{4}\right)$. Que peut-on en déduire pour la courbe $\mathcal{C}$ ?
3. On note $f'$ la fonction dérivée de la fonction $f$.

   **a.** Montrer que pour tout nombre réel $x$, $f'(x) = \left(-2x + \frac{5}{2}\right)\text{e}^{2x}$.

   **b.** Étudier le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de $x$.
4. Établir le tableau de variations de la fonction $f$. On reportera dans ce tableau les limites et la valeur du maximum.
5. On note $\mathcal{T}$ la tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0.
   Donner le coefficient directeur de la droite $\mathcal{T}$.
6. Construire la tangente $\mathcal{T}$ et la courbe $\mathcal{C}$.

**Partie II**

1. On note $F$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

   $$F(x) = \left(-\frac{x}{2} + \frac{9}{8}\right)\text{e}^{2x}.$$

   On note $F'$ la fonction dérivée de la fonction $F$.
   Calculer $F'(x)$.
   Que peut-on en déduire pour la fonction $F$ ?
2. On note $\mathcal{D}$ le domaine limité par la courbe $\mathcal{C}$, l'axe des abscisses, les droites d'équations respectives $x = 0$ et $x = \frac{7}{4}$.

   **a.** Hachurer $\mathcal{D}$ sur le graphique représentant la tangente $\mathcal{T}$ et la courbe $\mathcal{C}$.

   **b.** Calculer l'aire $\mathcal{A}$, exprimée en unités d'aire, du domaine $\mathcal{D}$. En donner la valeur arrondie au centième.