Baccalauréat STL Antilles juin 2011
Chimie de laboratoire et de procédés industriels

EXERCICE 1 **5 points**

Cette partie est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Pour chaque question, trois réponses sont proposées parmi lesquelles une seule est correcte.
Le candidat doit recopier sur sa copie la réponse qu'il estime correcte. Aucune justification n'est demandée.
Chaque bonne réponse rapporte un point.

1. On donne l'équation d'inconnue z dans $\mathbb{C}$: $z^2 - z + 1 = 0$.
Les solutions de cette équation sont :

$z = \cos\frac{5\pi}{3} + \mathrm{i}\sin\frac{5\pi}{3}$ $z' = \cos\frac{\pi}{3} + \mathrm{i}\sin\frac{\pi}{3}$	$z = \cos\frac{\pi}{6} - \mathrm{i}\sin\frac{\pi}{3}$ $z' = \cos\frac{\pi}{6} + \mathrm{i}\sin\frac{\pi}{3}$	$z = \cos\frac{2\pi}{3} - \mathrm{i}\sin\frac{\pi}{3}$ $z' = \cos\frac{2\pi}{3} + \mathrm{i}\sin\frac{\pi}{3}$

2. Une primitive F de f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^x + 1}$ est :

$\frac{1}{2}\ln\left(\mathrm{e}^x + 1\right)$	$\ln\left(\mathrm{e}^x + 1\right)$	$\dfrac{1}{\mathrm{e}^x + 1}$

3. Dans une entreprise, une machine fabrique des flacons en verre, de 500 mL. Un flacon peut présenter l'un des deux défauts suivants :
— défaut A : le volume n'est pas conforme
— défaut B : le verre est de mauvaise qualité
Sur un lot de 100 flacons, les informations suivantes sont données :

10 présentent au moins le défaut A
6 présentent au moins le défaut B
2 présentent les deux défauts simultanément.

a. On tire au hasard un flacon dans le lot. Chacun des flacons ayant la même probabilité d'être tiré. La probabilité qu'un flacon ne présente aucun défaut est :

0,86	0,84	0,18

b. Un flacon sans défaut rapporte 3 € à l'entreprise, un flacon avec un seul défaut coûte 1 € à l'entreprise et un flacon avec les deux défauts coûte 4 € à l'entreprise.
Soit X la variable aléatoire qui, à chaque flacon choisi au hasard dans le lot de 100, associe le gain (positif ou négatif) correspondant.
L'espérance mathématique $\mathrm{E}(X)$ de la variable aléatoire X est :

0	2,38	-2

4. On donne l'équation différentielle (E) : $3y' = 2y$ où y est une fonction de la variable x, dérivable sur $\mathbb{R}$ et y' sa dérivée.
La solution f de (E) qui vérifie $f(0) = 3$ est définie par :

$f(x) = -3\mathrm{e}^{\frac{2}{3}x}$	$f(x) = 3\mathrm{e}^{-\frac{2}{3}x}$	$f(x) = 3\mathrm{e}^{\frac{2}{3}x}$

EXERCICE 2 **5 points**

La désintégration du Thorium, corps radioactif, donne du Radium.
On désigne par N_0 le nombre d'atomes dans un échantillon de Thorium à l'instant $t = 0$, par N_1 le nombre d'atomes de Thorium un jour après, et, pour tout entier naturel k, par N_k le nombre d' atomes de Thorium k jours après.
On sait que le nombre d'atomes de Thorium diminue de 3,7 % par jour.

1. Exprimer N_1 en fonction de N_0 puis N_{k+1} en fonction de N_k.
2. En déduire la nature de la suite (N_k) en précisant sa raison et son premier terme.
3. Un échantillon contient 10^{20} atomes à l'instant $t = 0$.
   a. En déduire que $N_k = 10^{20} \times 0,963^k$.
   b. Déterminer le nombre d'atomes de Thorium dans cet échantillon au bout de 2 ans (on admettra qu'il y a 365 jours par an).
   c. Au bout de combien de jours le nombre d'atomes sera-t-il égal à la moitié de sa valeur initiale ? (Cette durée s'appelle période ou demi-vie d'un corps radioactif).

PROBLÈME **10 points**

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]-\infty~;~1]$ par

$$f(x) = 2\mathrm{e}^x - \mathrm{e}^{2x}$$

et $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal $\left(\mathrm{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$. On prendra pour unité graphique 5 cm.

1. Déterminer la limite de f lorsque x tend vers $-\infty$; interpréter géométriquement le résultat obtenu.
2. On admet que f est dérivable sur $]-\infty~;~1]$, on note f' sa dérivée.
   a. Montrer que, pour tout x de $]-\infty~;~1]$, $f'(x) = 2\mathrm{e}^x\left(1-\mathrm{e}^x\right)$.
   b. Résoudre sur $]-\infty~;~1]$ l'équation $f'(x) \geqslant 0$.
   c. En déduire les variations de la fonction f sur $]-\infty~;~1]$.
   d. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur $]-\infty~;~1]$. Indiquer la limite en $-\infty$ ainsi que les valeurs exactes de $f(0)$ et $f(1)$.
3. Soit M le point d'intersection de la courbe $\mathscr{C}$ avec l'axe des abscisses.
   a. Déterminer la valeur exacte de l'abscisse de M.
   b. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe $\mathscr{C}$ en M.
4. Construire T et $\mathscr{C}$.
   a. Déterminer une primitive F de f sur $]-\infty~;~1]$.
   b. Justifier graphiquement le signe de $f(x)$ sur $[0~;~\ln 2]$.
   c. On considère le domaine D limité par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = \ln 2$.
   Montrer que l'aire du domaine D est égale à 12,5 cm^2.