∽ Baccalauréat STL Métropole juin 2012 ∾
Chimie de laboratoire et de procédés industriels

EXERCICE 1 **5 points**

Cet exercice est un QCM, questionnaire à choix multiple. Chaque question est indépendante et comporte 4 *réponses possibles parmi lesquelles une seule est correcte. Aucune justification n'est demandée. Le candidat doit recopier cette réponse sur sa copie face au numéro de la question.*
Une bonne réponse trouvée rapporte 1 *point, une mauvaise réponse ou l'absence de réponse n'enlève aucun point.*

1. On considère l'équation différentielle $4y'' + y = 0$.
   Pour toute solution f de cette équation, on peut trouver des réels A et B tels que, pour tout réel rx,

   a. $f(x) = A\cos\left(\dfrac{1}{4}x\right) + B\sin\left(\dfrac{1}{4}x\right)$
   b. $f(x)\ A\cos(4x) + B\sin(4x)$
   c. $f(x) = A\cos\left(\dfrac{1}{2}x\right) + B\sin\left(\dfrac{1}{2}x\right)$
   d. $f(x) = A\cos(2x) + B\sin(2x)$

2. Soit X une variable aléatoire dont la loi de probabilité est :

X	0	2	5
probabilité	0,12	0,70	0,18

   Les affirmations suivantes concernent des valeurs approchées à 0,01 près de l'espérance mathématique E (X) et l'écart-type $\sigma(X)$ de X.

   a. $\mathrm{E}(X) \approx 2,3$ et $\sigma(X) \approx 2,01$
   b. $\mathrm{E}(X) \approx 2,42$ et $\sigma(X) \approx 7,30$
   c. $\mathrm{E}(X) \approx 2,3$ et $\sigma(X) \approx 1,42$
   d. $\mathrm{E}(X) \approx 2,2$ et $\sigma(X) \approx 1,52$

3. L'équation $\ln(x+3) + \ln(2x-1) = \ln 9$, dans laquelle ln désigne le logarithme népérien, a pour ensemble de solutions :

   a. $S = \{-4\}$
   b. $S = \left\{-\dfrac{5}{4}\right\}$
   c. $S = \left\{\dfrac{3}{2}\ ;\ -4\right\}$
   d. $S = \left\{\dfrac{3}{2}\right\}$

4. L'intégrale $I = \displaystyle\int_0^{\ln 2} \mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x$ est égale à :

   a. $I = 0$.
   b. $I = 0,5$.
   c. $I = 0,75$.
   d. $I = -0,5$.

5. La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2\ln(\mathrm{e}^x + 1)$ a pour dérivée la fonction f' définie par :

   a. $f'(x) = \dfrac{2}{\mathrm{e}^x + 1}$
   b. $f'(x) = \dfrac{2\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^x + 1}$
   c. $f'(x) = 2(\mathrm{e}^x + 1)$
   d. $f'(x) = \mathrm{e}^x + 1$.

EXERCICE 2 **5 points**

1. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation :

$$z^2 - 6z + 13 = 0$$

On donnera les éventuelles solutions sous forme algébrique.

2. On définit le polynôme P par :

$$P(z) = z^3 - 7z^2 + 19z - 13$$

   a. Calculer $P(1)$.

   b. Trouver trois réels a, b et c tels que pour tout complexe z :

$$P(z) = (z-1)\left(az^2 + bz + c\right).$$

   c. Résoudre alors l'équation $P(z) = 0$.

3. Le plan est muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$. On prendra comme unité graphique 2 cm. Placer les points A, B et C d'affixes respectives

$$z_{\text{A}} = 3 + 2\text{i}, \quad z_{\text{B}} = 3 - 2\text{i} \quad \text{et } z_{\text{C}} = 1.$$

4. **a.** Calculer les distances AB, AC et BC.

   b. Déduire de ce qui précède que le triangle ABC est isocèle et rectangle en C.

5. Déterminer l'affixe z_{D} du point D, quatrième sommet du parallélogramme ABCD. Placer le point D et représenter le parallélogramme ABCD.

PROBLÈME **10 points**

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = (-2x+6)\text{e}^{-0,5x}.$$

Soit $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé. La courbe $\mathscr{C}$ est représentée en annexe.

Partie A
Interprétations graphiques

D'après le graphique observé,

1. Dresser un tableau de variation de f Donner, en fonction de x, le signe de $f(x)$.

Partie B
Résultats établis par le raisonnement ou le calcul

Dans cette partie, on se propose d'établir par le calcul les résultats observés précédemment.

1. Déterminer la limite de f en $-\infty$.
2. On rappelle que $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(x\text{e}^{-0,5x}\right) = 0$.

   a. En déduire la limite de f en $+\infty$.

   b. La courbe $\mathscr{C}$ admet-elle une asymptote ?

3. On note f' la fonction dérivée de la fonction!

   a. Montrer que la fonction dérivée f' de la fonction f est donnée par :

$$f'(x) = (x-5)\mathrm{e}^{-0,5x}$$

   b. En déduire les variations de f.

4. a. Ces résultats confirment-ils les observations faites dans la partie A ?

   b. Donner une valeur approchée à 10^{-2} près de $f(5)$.

   c. Résoudre l'équation $f(x) = 0$.

5. Ces résultats confirment-ils les observations faites dans la partie A ?

Partie C

On considère la portion de plan $\mathscr{P}$ comprise entre la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 3$.

1. Hachurer le domaine $\mathscr{P}$ sur le graphique donné en annexe.

2. On considère la fonction F,définie sur $\mathbb{R}$ par : $F(x) = (4x-4)\mathrm{e}^{-0,5x}$. Vérifier que F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

3. Quelle est l'aire de $\mathscr{P}$? On l'exprimera en unités d'aire.

Annexe à rendre avec la copie