Baccalauréat STL 11 septembre 2012
Chimie de laboratoire et de procédés industriels

Calculatrice et formulaire autorisés

Durée de l'épreuve : 3 heures | Coefficient : 4

EXERCICE 1 **5 points**

On note i *le nombre complexe de module* 1 *et d'argument* $\dfrac{\pi}{2}$.

On considère les nombres complexes

$$z_1 = -1 + \mathrm{i}\sqrt{3} \quad \text{et} \quad z_2 = 1 - \mathrm{i}.$$

1. Calculer le module et un argument de z_1 et z_2.

2. On donne $Z = \dfrac{z_1^2}{z_2}$.

a. Donner le module et un argument de Z et en déduire une écriture trigonométrique de Z.

b. Donner la forme algébrique de Z.

c. En déduire les valeurs exactes de $\cos\left(\dfrac{19\pi}{12}\right)$ et de $\sin\left(\dfrac{19\pi}{12}\right)$.

EXERCICE 2 **5 points**

Une urne contient 100 jetons, bleus, verts ou rouges.
15 jetons sont bleus et il y a trois fois plus de jetons verts que de jetons bleus.

1. Un joueur tire au hasard un jeton. On considère les évènements suivants :
A : « Le jeton tiré est rouge » ;
B : « Le jeton tiré est vert ou bleu ».
Montrer que la probabilité de A est de $0,4$.
En déduire la probabilité de B.

2. Un joueur mise 8 €, tire un jeton et reçoit :
5 € s'il tire un jeton rouge, 9 € s'il tire un jeton vert et 10 € s'il tire un jeton bleu.
Le gain du joueur (différence entre sa mise et la somme reçue après tirage) est une variable aléatoire notée X.

a. Quelles sont les valeurs possibles pour la variable aléatoire X ?

b. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X.
On présentera les résultats dans un tableau.

c. Calculer l'espérance du gain d'un joueur.

3. On change le montant reçu par le joueur lorsqu'il tire un jeton bleu.
Un joueur reçoit x € s'il tire un jeton bleu et les autres montants sont inchangés.
Pour quelle valeur de x l' espérance mathématique de la variable aléatoire X associée est-elle nulle ?

PROBLÈME **10 points**

Le plan est muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$. L'unité graphique est 1 cm.
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \text{e}^{2x} - 7\text{e}^{x} + 3x + 7.$$

La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et f' désigne la fonction dérivée de f.
La courbe représentative de f dans le repère orthonormé $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$, notée $\mathcal{C}_f$, est donnée en annexe.

1. **a.** Déterminer la limite de f en $-\infty$.
   b. Tracer la droite D d'équation $y = 3x + 7$ sur le même graphique que $\mathcal{C}_f$.
   c. Montrer que la droite D est asymptote à la courbe $\mathcal{C}_f$ au voisinage de $-\infty$.
   d. Étudier la position de la courbe $\mathcal{C}_f$ par rapport à la droite D suivant les valeurs de x.
2. **a.** Vérifier que pour tout x réel, $f(x) = \text{e}^{x}\left(\text{e}^{x} - 7 + \dfrac{3}{\text{e}^{x}} + \dfrac{7}{\text{e}^{x}}\right)$.
   b. En déduire la limite de f en $+\infty$.
3. **a.** Montrer que pour tout réel x, $f'(x) = \left(2\text{e}^{x} - 1\right)\left(\text{e}^{x} - 3\right)$.
   b. Résoudre l'équation $f'(x) = 0$ et déterminer le signe de $f'(x)$.
   c. Établir le tableau de variations de f.
4. **a.** Résoudre l'équation $f'(x) = 3$.
   En déduire l'abscisse du point B de la courbe $\mathcal{C}_f$ où la tangente notée D' est parallèle à la droite D.
   b. Vérifier que le point A de la courbe $\mathcal{C}_f$, d'abscisse $\ln 7$, est un point de la droite D.
   c. Dans le repère $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$, placer les points A et B et tracer D'.
5. On désigne par $\mathcal{A}$ l'aire exprimée en cm^2, de la partie du plan limitée par la courbe $\mathcal{C}_f$, la droite D et les droites d'équation $x = 0$ et $x = \ln 7$.
   a. Hachurer sur le graphique la partie du plan définie ci-dessus.
   b. Calculer la valeur de l'aire $\mathcal{A}$.

ANNEXE

À rendre avec la copie