Baccalauréat STL 2012

L'intégrale de juin à septembre 2012

Baccalauréat STL Biochimie Génie biologique 20 juin 2012

Coefficient 2 | Durée 2 heures

La calculatrice est autorisée.

EXERCICE 1 **8 points**

Une association de consommateurs réalise une enquête auprès d'une population à risque de 800 personnes pour tester l'efficacité d'un traitement sur l'obésité. Voici les informations qu'elle recueille :

- 500 personnes ont suivi le traitement ;
- 530 personnes sont obèses et parmi celles-ci, 350 ont suivi le traitement.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant

	Personnes obèses	Personnes non obèses	Total
Personnes ayant suivi le traitement			
Personnes n'ayant pas suivi le traitement			
Total			800

Dans les questions suivantes, les résultats seront donnés **sous forme décimale exacte.**

2. On choisit au hasard une personne parmi les 800 dans la population à risque.

a. Calculer la probabilité de l'évènement A : « la personne est obèse ».

b. Calculer la probabilité de l'évènement B : « la personne a suivi le traitement ».

3. On considère les évènements suivants :
$A \cap B$; $A \cup B$; $A \cap \overline{B}$; $\overline{A} \cap \overline{B}$ où $\overline{A}$ et $\overline{B}$ sont les évènements contraires respectifs de A et B.
Définir chacun de ces évènements par une phrase puis calculer leur probabilité.

4. a. On choisit au hasard une personne ayant suivi le traitement, calculer la probabilité p_1 de l'évènement :
« la personne est obèse ».

b. On choisit au hasard une personne n'ayant pas suivi le traitement, calculer la probabilité p_2 de l'évènement : « la personne est obèse ».

c. Que pensez-vous de l'efficacité de ce traitement ?

EXERCICE 2 **12 points**

Les parties A et B peuvent être traitées de manière indépendante.

Partie A : Questionnaire à choix multiples

Sur **la feuille annexe**, dans le plan rapporté à un repère, on donne la courbe ($\mathscr{C}$) représentative d'une fonction f définie, dérivable et strictement croissante sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$. On sait que :

- La courbe ($\mathscr{C}$) passe par les points A (100 ; 17,6) et B (75 ; 15).
- La droite (d) est la tangente à cette courbe au point A.

- La courbe $(\mathscr{C})$ admet la droite d'équation $y = 18$ pour asymptote.

> Pour chaque proposition, une seule des réponses est exacte.
> Aucune justification n'est demandée.
> Chaque bonne réponse rapporte 1 point, une erreur ou l'absence de réponse n'enlève ni ne rapporte de point.
> **Vous écrirez sur votre copie le numéro de la proposition et la lettre correspondant à votre réponse.**

1. La fonction f vérifie :

a. $f(100) = 17,6$ **b.** $f(17,6) = 100$ **c.** $f(15) = 75$.

2. La fonction dérivée f' de f vérifie :

a. $f'(50) < 0$ **b.** $f'(50) > 0$ **c.** signe de $f'(50)$ inconnu

3. La droite (d) a une équation de la forme $y = mt + 14,3$.
Son coefficient directeur m est égal à :

a. $30,3$ **b.** $-3,2$ **c.** $0,033$

4. La fonction f vérifie :

a. $\lim\limits_{t \to +\infty} f(t) = +\infty$ **b.** $\lim\limits_{t \to 18} f(t) = +\infty$ **c.** $\lim\limits_{t \to +\infty} f(t) = 18$

Partie B : Étude d'une fonction

Soit la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ par $f(t) = \dfrac{18}{1 + 170\text{e}^{-0,09t}}$.
On appelle $(\mathscr{C})$ sa courbe représentative.

1. Calculer $\lim\limits_{t \to +\infty} f(t)$. Que peut-on en déduire ?
2. f' désigne la fonction dérivée de f sur $[0 ; +\infty[$.
   Pour tout nombre t positif, montrer que : $f'(t) = \dfrac{275,4\text{e}^{-0,09t}}{(1 + 170\text{e}^{-0,09t})^2}$
3. Justifier le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$.
4. Donner la valeur exacte, puis une valeur approchée à 10^{-1} près de $f(0)$.
5. Dresser le tableau de variation de f sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$.
6. Calculer $f'(100)$ (on en donnera un arrondi à 10^{-3} près) puis en donner une interprétation graphique.

Partie C : Application

On admet que :

- La fonction f, définie dans la partie B, modélise le nombre d'insectes d'une population de tribolions bruns de la farine (ou tribolium confusum, voir photo ci-dessus) étudiée, pendant 200 jours, dans une petite quantité de farine. Cet insecte altère la qualité de la farine et la fait notamment tourner au gris lorsqu'il s'y trouve en assez grand nombre.

- La variable t représente le nombre de jours de l'étude et $f(t)$ le nombre de ces insectes **exprimé en centaines**.
- La courbe représentative de cette fonction est celle donnée en annexe.

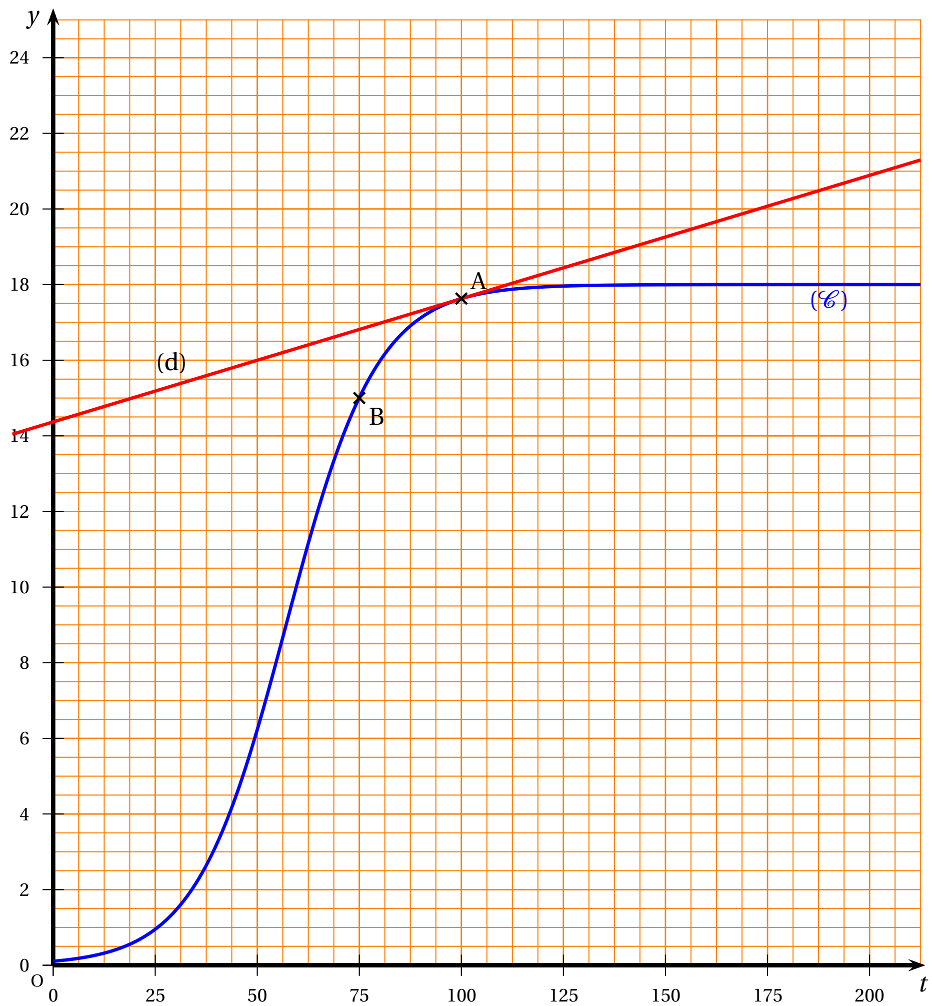
1. Déterminer la population initiale ($t = 0$) et la population finale ($t = 200$) de ces insectes.

2. La farine a visiblement tourné au gris dès le 75^{e} jour.
Combien y avait-il de ces insectes dans le lot ? On donnera le résultat arrondi à la centaine près.

3. **a.** Déterminer, par le calcul, le jour à partir duquel la population de tribolions bruns avait atteint les 900 individus.

b. Vérifier graphiquement le résultat précédent en faisant apparaitre les traits de construction utiles sur le graphique de la partie A.

ANNEXE à rendre avec la copie



ᔕ Baccalauréat STL Polynésie juin 2012 ᔓ
Biochimie–Génie biologique

EXERCICE 1 **8 points**

En 2010, un groupe pharmaceutique spécialisé dans la recherche et le développement de médicaments emploie 13 000 personnes dans le monde, dont 1 800 dans des laboratoires en France. Ces employés se repartissent dans l'administration, la vente et la recherche.
Parmi le personnel en France :

- 62 % sont des femmes,
- il y a autant d'hommes que de femmes dans l'administration,
- le département de la recherche regroupe 400 personnes dont 40 % sont des femmes,
- parmi les personnes chargées de la vente, 150 sont des hommes.

1. Quel pourcentage du groupe pharmaceutique représente le groupe français ? Donner le résultat arrondi à 0,1 % près.
2. Reproduire et compléter le tableau suivant :

Personnel en France	Administration	Vente	Recherche	Total
Femmes				
Hommes				
Total				1 800

Pour toute la suite, on arrondira tous les résultats à $\mathbf{10^{-2}}$ *près.*

3. On choisit au hasard une personne de cette population, toutes les personnes ayant la même probabilité d'être choisies. On considère les évènements :
   F : « la personne est une femme »
   A : « la personne travaille dans l'administration »
   V : « la personne s'occupe des ventes »
   R : « la personne est dans la recherche »
   a. Calculer $p(F)$, $p(R)$.
   b. Citer deux évènements incompatibles. Justifier.
   c. Définir par une phrase les évènements : $F \cap A$, $\overline{F} \cap R$ et $F \cup V$.
   Calculer la probabilité de ces évènements.
4. On choisit au hasard une personne parmi le personnel chargé de la vente.
   Quelle est la probabilité que ce soit une femme ?
5. En 2010, ce groupe pharmaceutique a investi 5,2 milliards de dollars dans la recherche soit 16 % de son chiffre d'affaires.
   a. Quel est son chiffre d'affaires ?
   b. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète ou d'initiative même non fructueuse sera prise en compte dans l'évaluation.*
   Dès l'année 2011, et chaque année suivante, le groupe prévoit d'augmenter de 10 % son chiffre d'affaires.
   En quelle année, le groupe aura-t-il, pour la première fois, doublé son chiffre d'affaires de 2010 ?

EXERCICE 2 **12 points**

La souche d'*Acetobacter* est cultivée dans un milieu liquide contenant les substrats appropriés et de l'acide para-aminobenzoïque (PABA), indispensable à cette bactérie. On étudie la croissance de cette souche.

PARTIE A

Le tableau ci-dessous donne le nombre n_i de bactéries par unité de volume à différents temps de culture t_i (en heures).

t_i	4	5	6	7	8	9	10	11
n_i	$1,38\times10^5$	$2,51\times10^5$	$5,75\times10^5$	$1,32\times10^6$	$3,02\times10^6$	$6,92\times10^6$	$1,51\times10^7$	$2,51\times10^7$
$z_i=\ln(n_i)$						15,7		

1. On pose $z_i = \ln(n_i)$. Compléter le tableau sur la feuille annexe, les valeurs de z_i seront arrondies au dixième.
2. Représenter le nuage de points $M_i\,(t_i\ ;\ z_i)$ dans un repère orthogonal ; on prendra pour origine le point de coordonnées (4; 9) et pour unités : 1 cm pour 1 heure en abscisse et 2 cm pour 1 unité en ordonnée.
3. On désigne par G_1 le point moyen des quatre premiers points du nuage et par G_2 celui des quatre derniers.
   a. Calculer les coordonnées de G_1 et de G_2 et tracer la droite (G_1G_2) sur le graphique.
   b. Déterminer une équation de la droite (G_1G_2) sous la forme $z = at + b$ où a sera arrondi à 10^{-2} près et b sera arrondi à 10^{-1} près.
4. On admet que cette droite donne un ajustement satisfaisant du nuage de points. On prendra comme équation réduite de cette droite : $z = 0,78t + 8,6$.
   a. Déterminer, par un calcul, le nombre de bactéries au bout de 12 heures.
   b. Déterminer, par une lecture graphique, à partir de quelle heure le nombre de bactéries dépasse 300 millions.

PARTIE B

Une étude mathématique différente conduit à supposer que la fonction N qui, à t (exprimée en heures), associe le nombre de bactéries $N(t)$, est solution de l'équation différentielle :

$$N'(t) = 0,78N(t).$$

Le nombre de bactéries à l'instant initial est de 5 432.

1. **a.** Donner les solutions de l'équation différentielle ci-dessus.
   b. Déterminer, parmi les solutions précédentes, la solution N qui vérifie la condition $N(0) = 5432$.
2. Soit N la fonction définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par

$$N(t) = 5432\mathrm{e}^{0,78t}.$$

   a. Déterminer la limite de la fonction N en $+\infty$.
   b. Calculer $N'(t)$. En déduire le tableau de variations de la fonction N sur $[0\ ;\ +\infty[$.
3. **a.** Déterminer le coefficient directeur de la tangente (T) à la courbe représentative de la fonction N au point d'abscisse 6. On arrondira à l'unité près.

b. Sachant que $N'(t)$ représente la vitesse instantanée de formation des bactéries, déterminer cette vitesse à l'instant $t = 6$ heures.

4. *Dans cette question, toute trace de recherche même incomplète, toute initiative même infructueuse sera prise en compte dans l'évaluation.*

Déterminer à partir de quel instant t, exprimé en heures, le nombre de bactéries dépasse 300 millions.

Feuille annexe à rendre avec la copie

Exercice 2

Partie A question 1.

t_i	4	5	6	7	8	9	10	11
n_i	$1,38\times10^5$	$2,51\times10^5$	$5,75\times10^5$	$1,32\times10^6$	$3,02\times10^6$	$6,92\times10^6$	$1,51\times10^7$	$2,51\times10^7$
$z_i=\ln(n_i)$						15,7		

☙ Baccalauréat STL Métropole juin 2012 ❧
Chimie de laboratoire et de procédés industriels

EXERCICE 1 **5 points**

Cet exercice est un QCM, questionnaire à choix multiple. Chaque question est indépendante et comporte 4 *réponses possibles parmi lesquelles une seule est correcte. Aucune justification n'est demandée. Le candidat doit recopier cette réponse sur sa copie face au numéro de la question.*
Une bonne réponse trouvée rapporte 1 *point, une mauvaise réponse ou l'absence de réponse n'enlève aucun point.*

1. On considère l'équation différentielle $4y'' + y = 0$.
Pour toute solution f de cette équation, on peut trouver des réels A et B tels que, pour tout réel rx,

a. $f(x) = A\cos\left(\dfrac{1}{4}x\right) + B\sin\left(\dfrac{1}{4}x\right)$
b. $f(x)\ A\cos(4x) + B\sin(4x)$
c. $f(x) = A\cos\left(\dfrac{1}{2}x\right) + B\sin\left(\dfrac{1}{2}x\right)$
d. $f(x) = A\cos(2x) + B\sin(2x)$

2. Soit X une variable aléatoire dont la loi de probabilité est :

X	0	2	5
probabilité	0,12	0,70	0,18

Les affirmations suivantes concernent des valeurs approchées à 0,01 près de l'espérance mathématique E (X) et l'écart-type $\sigma(X)$ de X.

a. $\mathrm{E}(X) \approx 2,3$ et $\sigma(X) \approx 2,01$
b. $\mathrm{E}(X) \approx 2,42$ et $\sigma(X) \approx 7,30$
c. $\mathrm{E}(X) \approx 2,3$ et $\sigma(X) \approx 1,42$
d. $\mathrm{E}(X) \approx 2,2$ et $\sigma(X) \approx 1,52$

3. L'équation $\ln(x+3) + \ln(2x-1) = \ln 9$, dans laquelle ln désigne le logarithme népérien, a pour ensemble de solutions :

a. $S = \{-4\}$
b. $S = \left\{-\dfrac{5}{4}\right\}$
c. $S = \left\{\dfrac{3}{2}\ ;\ -4\right\}$
d. $S = \left\{\dfrac{3}{2}\right\}$

4. L'intégrale $I = \displaystyle\int_0^{\ln 2} \mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x$ est égale à :

a. $I = 0$.
b. $I = 0,5$.
c. $I = 0,75$.
d. $I = -0,5$.

5. La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2\ln\left(\mathrm{e}^x + 1\right)$ a pour dérivée la fonction f' définie par :

a. $f'(x) = \dfrac{2}{\mathrm{e}^x + 1}$
b. $f'(x) = \dfrac{2\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^x + 1}$
c. $f'(x) = 2\left(\mathrm{e}^x + 1\right)$
d. $f'(x) = \mathrm{e}^x + 1$.

EXERCICE 2 **5 points**

1. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation :

$$z^2 - 6z + 13 = 0$$

On donnera les éventuelles solutions sous forme algébrique.

2. On définit le polynôme P par :

$$P(z) = z^3 - 7z^2 + 19z - 13$$

   a. Calculer $P(1)$.

   b. Trouver trois réels a, b et c tels que pour tout complexe z :

$$P(z) = (z-1)\left(az^2 + bz + c\right).$$

   c. Résoudre alors l'équation $P(z) = 0$.

3. Le plan est muni d'un repère orthonormé $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$. On prendra comme unité graphique 2 cm. Placer les points A, B et C d'affixes respectives

$$z_{\mathrm{A}} = 3 + 2\mathrm{i}, \quad z_{\mathrm{B}} = 3 - 2\mathrm{i} \quad \text{et } z_{\mathrm{C}} = 1.$$

4. **a.** Calculer les distances AB, AC et BC.

   b. Déduire de ce qui précède que le triangle ABC est isocèle et rectangle en C.

5. Déterminer l'affixe z_{D} du point D, quatrième sommet du parallélogramme ABCD. Placer le point D et représenter le parallélogramme ABCD.

PROBLÈME **10 points**

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = (-2x + 6)\mathrm{e}^{-0,5x}.$$

Soit $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé. La courbe $\mathscr{C}$ est représentée en annexe.

Partie A
Interprétations graphiques

D'après le graphique observé,

1. Dresser un tableau de variation de f Donner, en fonction de x, le signe de $f(x)$.

Partie B
Résultats établis par le raisonnement ou le calcul

Dans cette partie, on se propose d'établir par le calcul les résultats observés précédemment.

1. Déterminer la limite de f en $-\infty$.

2. On rappelle que $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(x\mathrm{e}^{-0,5x}\right) = 0$.

   a. En déduire la limite de f en $+\infty$.

   b. La courbe $\mathscr{C}$ admet-elle une asymptote ?

3. On note f' la fonction dérivée de la fonction!
   a. Montrer que la fonction dérivée f' de la fonction f est donnée par :

$$f'(x) = (x-5)\mathrm{e}^{-0,5x}$$

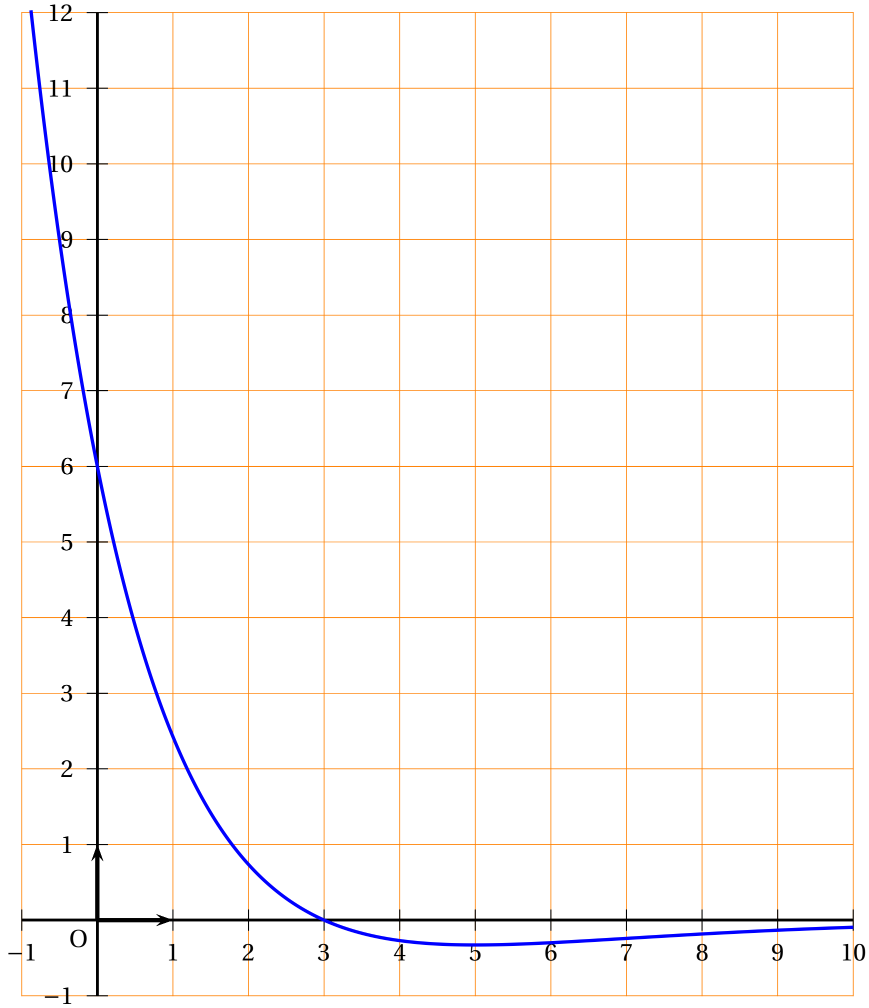
   b. En déduire les variations de f.
4. a. Ces résultats confirment-ils les observations faites dans la partie A?
   b. Donner une valeur approchée à 10^{-2} près de $f(5)$.
   c. Résoudre l'équation $f(x) = 0$.
5. Ces résultats confirment-ils les observations faites dans la partie A?

Partie C

On considère la portion de plan $\mathscr{P}$ comprise entre la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 3$.

1. Hachurer le domaine $\mathscr{P}$ sur le graphique donné en annexe.
2. On considère la fonction F,définie sur $\mathbb{R}$ par : $F(x) = (4x-4)\mathrm{e}^{-0,5x}$. Vérifier que F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.
3. Quelle est l'aire de $\mathscr{P}$? On l'exprimera en unités d'aire.

Annexe à rendre avec la copie



∽ Baccalauréat STL 11 septembre 2012 ∾
Chimie de laboratoire et de procédés industriels

Calculatrice et formulaire autorisés

Durée de l'épreuve : 3 heures | Coefficient : 4

EXERCICE 1 **5 points**

On note i *le nombre complexe de module* 1 *et d'argument* $\dfrac{\pi}{2}$.

On considère les nombres complexes

$$z_1 = -1 + \text{i}\sqrt{3} \quad \text{et} \quad z_2 = 1 - \text{i}.$$

1. Calculer le module et un argument de z_1 et z_2.
2. On donne $Z = \dfrac{z_1^2}{z_2}$.
   - **a.** Donner le module et un argument de Z et en déduire une écriture trigonométrique de Z.
   - **b.** Donner la forme algébrique de Z.
   - **c.** En déduire les valeurs exactes de $\cos\left(\dfrac{19\pi}{12}\right)$ et de $\sin\left(\dfrac{19\pi}{12}\right)$.

EXERCICE 2 **5 points**

Une urne contient 100 jetons, bleus, verts ou rouges.
15 jetons sont bleus et il y a trois fois plus de jetons verts que de jetons bleus.

1. Un joueur tire au hasard un jeton. On considère les évènements suivants :
   A : « Le jeton tiré est rouge » ;
   B : « Le jeton tiré est vert ou bleu ».
   Montrer que la probabilité de A est de $0,4$.
   En déduire la probabilité de B.
2. Un joueur mise 8 €, tire un jeton et reçoit :
   5 € s'il tire un jeton rouge, 9 € s'il tire un jeton vert et 10 € s'il tire un jeton bleu.
   Le gain du joueur (différence entre sa mise et la somme reçue après tirage) est une variable aléatoire notée X.
   - **a.** Quelles sont les valeurs possibles pour la variable aléatoire X ?
   - **b.** Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X.
     On présentera les résultats dans un tableau.
   - **c.** Calculer l'espérance du gain d'un joueur.
3. On change le montant reçu par le joueur lorsqu'il tire un jeton bleu.
   Un joueur reçoit x € s'il tire un jeton bleu et les autres montants sont inchangés.
   Pour quelle valeur de x l' espérance mathématique de la variable aléatoire X associée est-elle nulle ?

PROBLÈME **10 points**

Le plan est muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$. L'unité graphique est 1 cm.
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

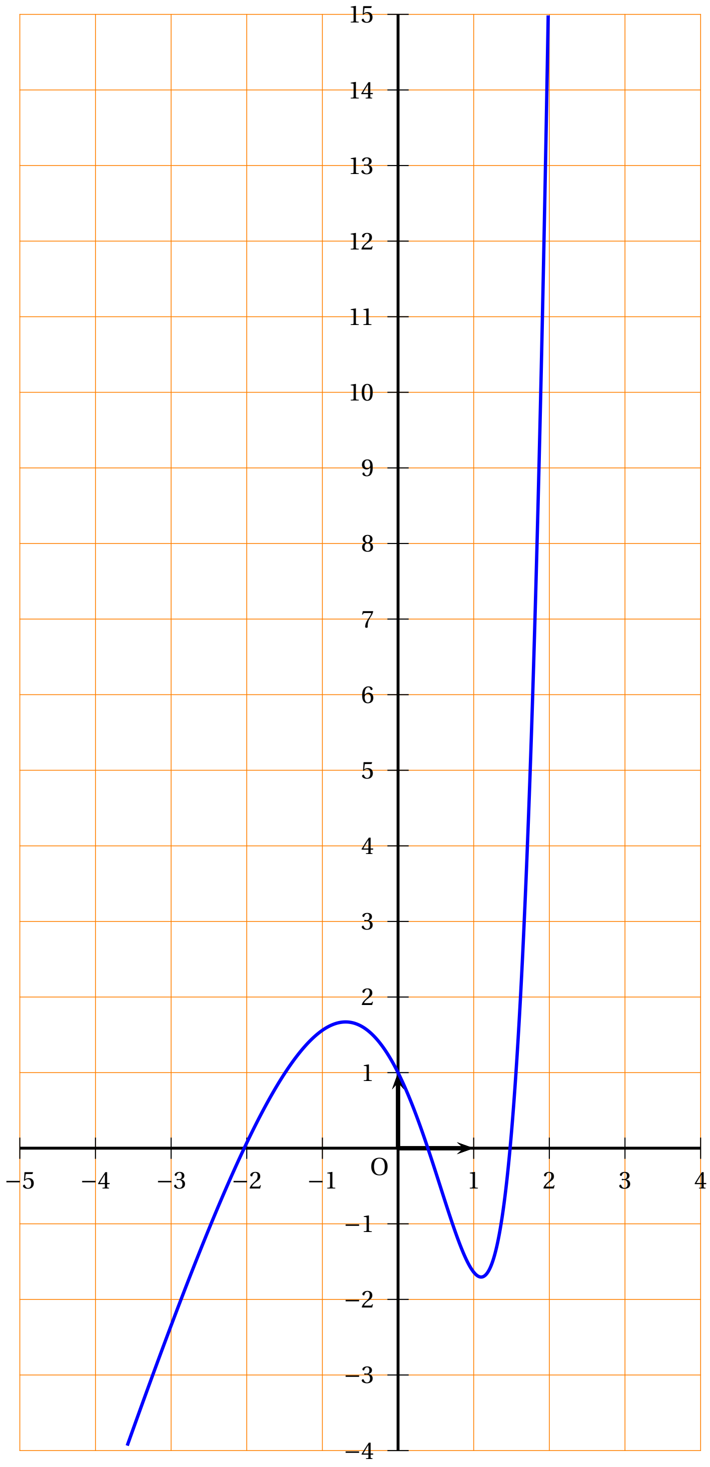
$$f(x) = \text{e}^{2x} - 7\text{e}^{x} + 3x + 7.$$

La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et f' désigne la fonction dérivée de f.
La courbe représentative de f dans le repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, notée $\mathscr{C}_f$, est donnée en annexe.

1. **a.** Déterminer la limite de f en $-\infty$.
   b. Tracer la droite D d'équation $y = 3x + 7$ sur le même graphique que $\mathscr{C}_f$.
   c. Montrer que la droite D est asymptote à la courbe $\mathscr{C}_f$ au voisinage de $-\infty$.
   d. Étudier la position de la courbe $\mathscr{C}_f$ par rapport à la droite D suivant les valeurs de x.
2. **a.** Vérifier que pour tout x réel, $f(x) = \text{e}^{x}\left(\text{e}^{x} - 7 + \dfrac{3}{\text{e}^{x}} + \dfrac{7}{\text{e}^{x}}\right)$.
   b. En déduire la limite de f en $+\infty$.
3. **a.** Montrer que pour tout réel x, $f'(x) = \left(2\text{e}^{x} - 1\right)\left(\text{e}^{x} - 3\right)$.
   b. Résoudre l'équation $f'(x) = 0$ et déterminer le signe de $f'(x)$.
   c. Établir le tableau de variations de f.
4. **a.** Résoudre l'équation $f'(x) = 3$.
   En déduire l'abscisse du point B de la courbe $\mathscr{C}_f$ où la tangente notée D' est parallèle à la droite D.
   b. Vérifier que le point A de la courbe $\mathscr{C}_f$, d'abscisse $\ln 7$, est un point de la droite D.
   c. Dans le repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, placer les points A et B et tracer D'.
5. On désigne par $\mathscr{A}$ l'aire exprimée en cm^2, de la partie du plan limitée par la courbe $\mathscr{C}_f$, la droite D et les droites d'équation $x = 0$ et $x = \ln 7$.
   a. Hachurer sur le graphique la partie du plan définie ci-dessus.
   b. Calculer la valeur de l'aire $\mathscr{A}$.

ANNEXE

À rendre avec la copie



Baccalauréat STL Métropole 20 juin 2012
Physique de laboratoire et de procédés industriels

Durée de l'épreuve : 4 heures | Coefficient : 4

EXERCICE 1 **5 points**

Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$ d'unité graphique 1 cm.
On désigne par i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

I. On considère l'équation : $z^2 - 4\sqrt{2}z + 16 = 0$.
Résoudre cette équation dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes.

II. On considère les points A, B, C et D d'affixes respectives :

$$z_A = 4, \quad z_B = 2\sqrt{2} + 2i\sqrt{2}, \quad z_C = 2 + 2i \quad \text{et } z_D = 1 - 3i.$$

1. **a.** Déterminer le module et un argument des nombres z_A, z_B et z_C puis donner leur expression sous la forme $re^{i\theta}$, $r > 0$.
   b. Placer les points A, B, C et D dans le repère.
2. Démontrer que les points O, B et C sont alignés.
3. Quelle est la nature du triangle ACD ? Justifier la réponse.
4. Déterminer l'affixe du point E tel que ACDE soit un parallélogramme. Placer E.
5. **a.** Démontrer que B est l'image de A par une rotation r de centre O dont on déterminera l'angle.
   b. Calculer l'affixe du point B$'$, image de B par r (on donnera le résultat sous forme algébrique). Placer le point B$'$.

EXERCICE 2 **5 points**

Une entreprise commercialise un appareil électrique. Un client qui achète cet appareil peut l'emporter immédiatement, ou se faire livrer à domicile.

Dans le cas de la livraison, deux services sont proposés aux clients :

— livraison simple

— livraison avec mise en service

Le prix de l'appareil en magasin est de 120 €.
En cas de livraison, les tarifs des services supplémentaires sont les suivants :

— frais de livraison :	15 euros pour une livraison à une distance inférieure ou égale à 50 km 25 euros pour une livraison à une distance supérieure à 50 km
— frais de mise en service :	20 euros

Une étude a été réalisée sur un lot de 1 000 appareils vendus. Le tableau suivant indique la répartition des effectifs, en fonction des choix des clients et des distances de livraison :

	Emporté	Livré de 0 à 50 km	Livré à plus de 50 km	TOTAL
Sans mise en service	550	100	50	700
Avec mise en service		200	100	300
	550	300	150	1 000

1. **a.** Calculer la probabilité p_1 qu'un appareil choisi au hasard dans ce lot, ait été livré avec mise en service.

   b. Calculer la probabilité p_2 qu'un appareil choisi au hasard dans ce lot, ait été livré.

2. Soit F la variable aléatoire égale au montant facturé pour un appareil.

   a. Donner les cinq valeurs prises par la variable aléatoire F. (Par exemple, pour un appareil livré à moins de 50 km avec mise en service, F prend la valeur 155).

   b. Déterminer la loi de probabilité de F.

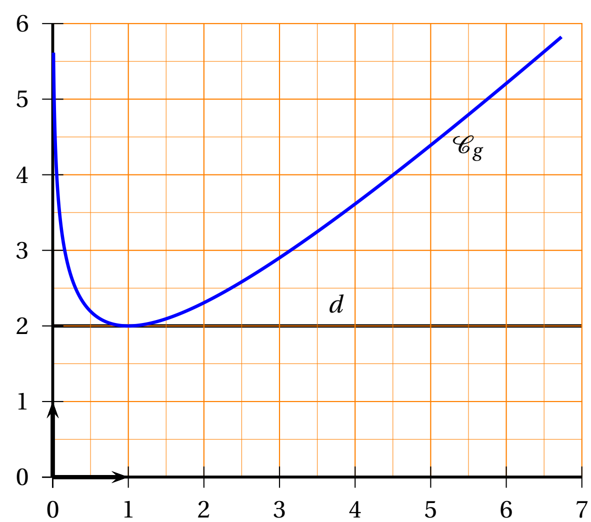
   c. Calculer son espérance mathématique.

   d. Interpréter ce résultat.

PROBLÈME **10 points**

Partie A : utilisation d'un graphique

Dans le repère orthonormé ci-dessous, la courbe $\mathcal{C}_g$ est la représentation graphique d'une fonction g, définie sur $]0\ ;\ -\infty[$, que l'on se propose de déterminer. La droite d est tangente à la courbe $\mathcal{C}_g$ au point d'abscisse 1 et l'axe des ordonnées est asymptote verticale à la courbe $\mathcal{C}_g$.



1. Donner, en utilisant le graphique :

   a. le minimum de la fonction g sur $]0\ ;\ +\infty[$ et la valeur en laquelle il est atteint.

   b. le signe de la fonction g sur $]0\ ;\ +\infty[$.

   c. la limite de g en 0.

2. Expliquer pourquoi $g'(1) = 0$.

On admet que la fonction g a pour expression : $g(x) = ax + b - \ln x$ où a et b sont des nombres réels que l'on souhaite déterminer.

En utilisant les résultats des questions 1. a. et 2. déterminer les valeurs de a et b et en déduire que :

$$g(x) = x + 1 - \ln x.$$

Partie B : étude de la fonction *f*

Soit la fonction f définie sur $]0~;~+\infty[$ par :

$$f(x) = \ln x + \frac{\ln x}{x}.$$

On note $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 2 cm.

1. **a.** Déterminer la limite de f en $+\infty$.

b. En remarquant que $f(x) = \left(1 + \dfrac{1}{x}\right)\ln x$, déterminer la limite de la fonction f en 0.

Interpréter graphiquement le résultat.

2. **a.** Calculer la dérivée f' de la fonction f et vérifier que, pour tout x de $]0~;~+\infty[$:

$$f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}.$$

b. Dresser le tableau de variations de f sur $]0~;~+\infty[$.

3. **a.** Vérifier que, pour tout x de $]0~;~+\infty[$:

$$f(x) = \frac{(x+1)\ln x}{x}$$

b. En déduire les coordonnées du point d'intersection de la courbe $\mathscr{C}_f$ avec l'axe des abscisses.

4. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.

5. Tracer la droite T et la courbe $\mathscr{C}_f$ dans le repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ sur une feuille de papier millimétré.

Partie C : détermination d'une aire

1. On appelle $\mathscr{A}$ la partie du plan délimitée par la courbe $\mathscr{C}_f$ l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$.

Hachurer $\mathscr{A}$ sur le graphique précédent.

2. On considère la fonction F définie sur $]0~;~+\infty[$ par

$$F(x) = x\ln x - x + \frac{1}{2}(\ln x)^2.$$

Démontrer que F est une primitive de f sur $]0~;~+\infty[$.

3. Déterminer la valeur de l'aire de la partie $\mathscr{A}$ du plan, exprimée en unités d'aire, puis en cm^2 ?

Baccalauréat STL Métropole 13 septembre 2011
Physique de laboratoire et de procédés industriels

Durée de l'épreuve : 4 heures Coefficient : 4

Exercice 1 **6 points**

On note i le complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.
Le plan est rapporté au repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{u}, \vec{v}\right)$ d'unité graphique 1 cm.

1. Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation suivante :

$$z^2 - 4z\sqrt{3} + 16 = 0.$$

   Les solutions seront données sous forme algébrique.

2. On considère les points A, B et C d'affixes respectives

$$z_{\text{A}} = 2\sqrt{3} + 2\text{i}, \quad z_{\text{B}} = 2\sqrt{3} - 2\text{i}, \quad z_{\text{C}} = 6\text{e}^{\text{i}\frac{2\pi}{3}}$$

   a. Déterminer les formes exponentielles des nombres complexes z_{A} et z_{B} c'est-à-dire leur écriture sous la forme $r\text{e}^{\text{i}\theta}$ avec r nombre réel strictement positif et θ un nombre réel appartenant à l'intervalle $]-\pi\,;\,\pi]$.

   b. Déterminer la forme algébrique du nombre complexe z_{C}.

   c. Construire avec précision les points A, B et C.

   d. Calculer les longueurs OA, OC et AC. En déduire la nature du triangle OAC.

3. On considère la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{4}$. On définit le point D comme l'image du point A par cette rotation.

   a. Calculer la forme algébrique de l'affixe de D notée z_{D}.

   b. À l'aide de la question 2. a., déterminer la forme exponentielle de z_{D}.

   c. Déduire de ce qui précède les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$.

Exercice 2 **5 points**

On considère l'équation différentielle (E) suivante :

$$y'' + 4y = 0,$$

où y est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ et y'' sa dérivée seconde.

1. Donner la solution générale de (E).
2. Déterminer la solution particulière, notée f, de (E) telle que

$$f\left(\frac{\pi}{6}\right) = 2\sqrt{3} \quad \text{et } f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = -4, \text{ où } f' \text{ est la dérivée de la fonction } f.$$

3. Vérifier que f peut s'écrire sous la forme : $f(t) = 4\cos\left(2t - \frac{\pi}{6}\right)$.
4. Calculer la valeur moyenne de f sur l'intervalle $[0\,;\,\pi]$.

PROBLÈME **9 points**

Le plan est muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 2 cm.

Partie A Étude d'une fonction auxiliaire

On considère la fonction g définie sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par

$$g(x) = 1 - 2x - 2\ln x.$$

1. Calculer la fonction g', dérivée de la fonction g sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ et dresser le tableau de variation de la fonction g sur cet intervalle (les limites ne sont pas demandées).
2. En déduire que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $\left]\dfrac{1}{2}~;~1\right[$.

   Donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-2}.
3. En déduire le signe de g sur $]0~;~+\infty[$.

Partie B Étude de la fonction f

On considère la fonction f définie sur $]0~;~+\infty[$ par

$$f(x) = \frac{2x + \ln x}{x^2} + 3$$

On note $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans le repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

1. **a.** Déterminer la limite de la fonction f en 0.

   b. Vérifier que pour tout réel x strictement positif, on a $f(x) = \dfrac{\ln x}{x^2} + \dfrac{2}{x} + 3$.

   En déduire la limite de la fonction f en $+\infty$.

   c. Interpréter graphiquement les résultats des limites précédentes.
2. Déterminer la fonction f', dérivée de la fonction f sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ et montrer que pour tout x strictement positif : $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^3}$.
3. En déduire le tableau de variations de f sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$.
4. Déterminer une équation de la tangente $\mathcal{D}$ à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 1.
5. Représenter la courbe $\mathcal{C}$ et la tangente $\mathcal{D}$ dans le repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

Partie C Calcul d'aire

1. On note $\mathcal{E}$ le domaine délimité par la courbe $\mathcal{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = \text{e}$. Hachurer le domaine $\mathcal{E}$ sur le graphique.
2. Montrer que la fonction H définie sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par $H(x) = \dfrac{-\ln x - 1}{x}$ est une primitive de la fonction $x \longmapsto \dfrac{\ln x}{x^2}$ sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$.
3. On admet que la fonction f est positive sur l'intervalle $[1~;~\text{e}]$.

   Montrer que la valeur exacte de l'aire du domaine $\mathcal{E}$ est $3\text{e} - \dfrac{2}{\text{e}}$ unités d'aire.