∽ Baccalauréat STL 2017 ∾

L'intégrale de juin à septembre 2017

∽ Baccalauréat STL biotechnologies Polynésie 15 juin 2017 ∾

EXERCICE 1 **4 points**

On injecte un médicament à un patient. Le tableau suivant donne la concentration (en millimoles par litre) du médicament présent dans son sang à différents instants.

Temps t_i en heures	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Concentration C_i en millimoles par litre	0,082	0,065	0,058	0,045	0,040	0,030	0,024	0,021	0,019	0,013
$y_i = \ln(C_i)$	$-2,50$									

1. Compléter la dernière ligne du tableau en annexe 1. On donnera les valeurs arrondies à 10^{-2}.
2. Tracer, sur du papier millimétré, le nuage de points $M_i\left(t_i\ ;\ y_i\right)$ dans un repère orthogonal d'unités à 1 cm en abscisse et 2 cm en ordonnée.
3. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement de y en t par la méthode des moindres carrés.
   Déterminer une équation de cette droite sous la forme $y = at + b$. Les valeurs de a et b seront arrondies à 10^{-3}.

Dans la suite, on retient comme droite d'ajustement la droite Δ d'équation : $y = -0,2t - 2,3$.

4. Tracer la droite Δ sur la feuille de papier millimétré précédente.
5. Déterminer graphiquement la concentration au bout de 11 heures. On arrondira le résultat à 10^{-3} millimoles par litre.
6. Justifier que la concentration (en millimoles par litre) du médicament présent dans le sang du patient à l'instant t peut être modélisée par $C(t) = 0,1\text{e}^{-0,2t}$.
7. Au bout de combien d'heures la concentration sera-t-elle inférieure ou égale à 10^{-3} millimoles par litre ? On arrondira le résultat à l'heure.

EXERCICE 2 **4 points**

Une entreprise produit 30 tonnes de déchets non recyclables en 2015. Chaque année, l'entreprise veut diminuer la masse de déchets non recyclables de 3 % par rapport à l'année précédente.

Pour tout entier naturel $n \geqslant 0$, on note p_n la masse de déchets non recyclables à l'année $2015 + n$.

1. Justifier que $\left(p_n\right)$ est une suite géométrique dont on précisera le premier terme p_0 et la raison.
2. Exprimer p_n en fonction de n.
3. Quelle est la masse de déchets non recyclables en 2026 ? On donnera la valeur arrondie au kilogramme.
4. On considère l'algorithme suivant :

```
Variables :
u et S réels
Initialisation :
u prend la valeur 30
S prend la valeur 30
Traitement :
Pour i allant de 1 à 5
        u prend la valeur 0,97 × u
S prend la valeur S + u
Fin Pour
Sortie
Afficher S
```

a. Indiquer, dans le tableau fourni en annexe 2 et à rendre avec la copie, les valeurs successives prises par les variables u et S lors du déroulement de l'algorithme, jusqu'à son arrêt. Les valeurs seront arrondies à 10^{-2}.

b. Quelle valeur sera affichée en sortie de cet algorithme ? Que représente-t-elle ?

5. **a.** Compléter l'algorithme donné en annexe 2 afin de déterminer en quelle année la somme de tous les déchets non recyclables cumulés depuis l'année 2015 dépassera 300 tonnes.

b. Déterminer alors l'année où la somme de tous les déchets non recyclables cumulés depuis l'année 2015 dépassera 300 tonnes.

EXERCICE 3 **5 points**

On étudie le comportement d'organismes vivants placés dans une enceinte close dont le milieu nutritif est renouvelé en permanence.

On modélise cette situation par une fonction f définie sur $[0\,;\,+\infty[$ qui à chaque instant t (exprimé en heures) associe le nombre d'individus, en milliers, présents dans l'enceinte à cet instant.

On admet que pour tout réel t de $[0\,;\,+\infty[$,

$$f(t) = 1\,200 - 1\,000\mathrm{e}^{-0{,}04t}.$$

Dans le repère orthogonal donné en annexe 3, on a tracé la courbe représentative $(\mathscr{C})$ de la fonction f.

1. La courbe $(\mathscr{C})$ donnée en annexe 3 suggère l'existence d'une asymptote horizontale.
Donner une équation de cette asymptote et justifier ce résultat par un calcul de limite.
On pourra utiliser le résultat suivant : $\lim\limits_{t \to +\infty} \mathrm{e}^{-0{,}04t} = 0$.

2. **a.** En utilisant le graphique de l'annexe 3, déterminer le nombre d'individus, en milliers, présents dans l'enceinte au bout de 40 heures. On fera apparaître les traits de construction utiles.

b. Déterminer, par le calcul, au bout de combien d'heures le nombre d'individus, en milliers, initialement présents dans l'enceinte aura été multiplié par 5.

3. On appelle vitesse d'évolution du nombre d'individus à l'instant t, exprimée en nombre d'individus en milliers par heure, le nombre $f'(t)$.

a. Pour tout réel t positif ou nul, calculer $f'(t)$ où f' désigne la fonction dérivée de f.

b. Déterminer une valeur arrondie à 10^{-1} de la vitesse d'évolution du nombre d'individus, en milliers par heure, à l'instant $t = 50$ heures.

c. On appelle (T) la tangente à la courbe $(\mathscr{C})$ au point d'abscisse 50.
Tracer cette tangente sur le graphique donné en annexe 3 à rendre avec la copie. On expliquera la méthode employée.

d. La vitesse d'évolution du nombre d'individus, en milliers par heure, diminue au cours du temps.
Comment cela se traduit-il sur le graphique de l'annexe 3 ?

EXERCICE 4 **7 points**

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis au millième.

Une entreprise fabrique en grand nombre des flacons destinés à contenir un parfum. Un flacon est non conforme s'il ne répond pas au cahier des charges défini par l'entreprise.

PARTIE A

On note E l'évènement « un flacon prélevé au hasard dans la production d'une journée est non conforme ». La probabilité de cet évènement est égale à $0,07$.

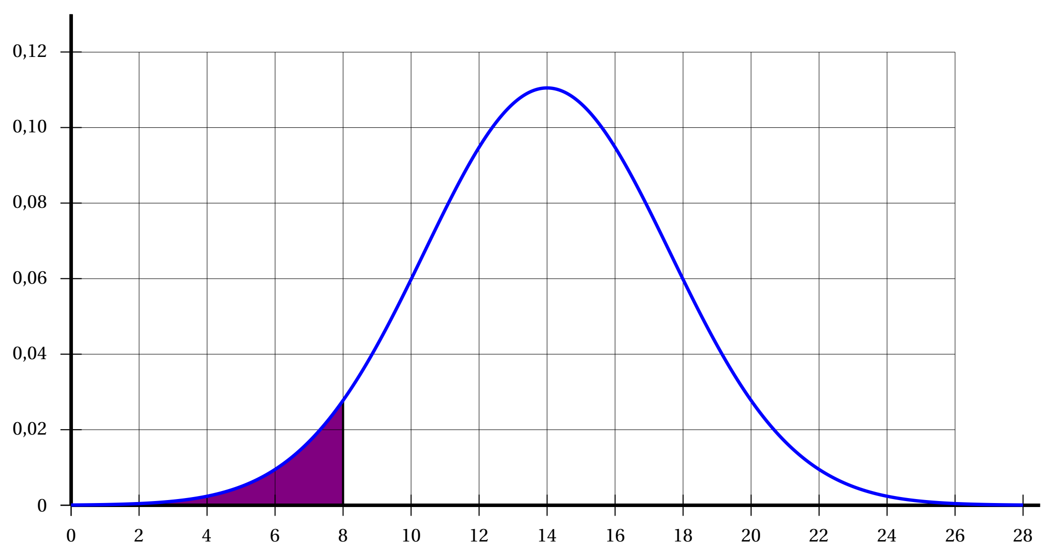
On prélève au hasard 200 flacons dans la production de cette journée, suffisamment importante pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage aléatoire avec remise.
On considère la variable aléatoire X qui, à tout prélèvement de 200 flacons pris au hasard dans la production, associe le nombre de flacons non conformes dans ce prélèvement.

1. Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2. Calculer la probabilité que, dans un tel prélèvement, dix flacons soient non conformes.
3. Calculer l'espérance de la variable aléatoire X. Interpréter ce résultat.
4. Calculer l'écart type de la variable aléatoire X.

PARTIE B

On décide d'approcher la loi binomiale suivie par X par la loi normale de paramètres $\mu = 14$ et $\sigma = 3,61$.
On considère une variable aléatoire Y suivant cette loi normale.

1. Justifier le choix des valeurs de μ et σ.
2. En utilisant la loi de Y, déterminer la probabilité qu'un prélèvement de 200 flacons contienne au moins 15 flacons non conformes.
3. On a représenté ci-dessous dans un repère orthogonal, la courbe représentative $\mathscr{C}$ de la fonction de densité de la loi normale de paramètres $\mu = 14$ et $\sigma = 3,61$.



L'aire du domaine grisé arrondie à 10^{-3} vaut $0,048$ unité d'aire.
Déterminer les probabilités $P(Y \geqslant 20)$ puis $P(8 \leqslant Y \leqslant 20)$.

PARTIE C

L'entreprise affirme à ses clients que 93 % des flacons sont conformes. Une enseigne de parfumerie décide d'acheter une grande quantité de flacons.

1. Cette enseigne souhaite vérifier l'affirmation de l'entreprise sur la qualité des flacons. Pour cela, elle prélève un échantillon de 400 flacons au hasard dans une livraison.
   a. Déterminer un intervalle de fluctuation asymptotique à 95 % de la fréquence des flacons conformes dans un échantillon de 400 flacons.

b. L'enseigne de parfumerie constate que 36 flacons de l'échantillon ne sont pas conformes.

Ce résultat remet-il en question la confiance de cette enseigne de parfumerie envers son entreprise ?

2. On cherche à déterminer la taille N des échantillons à partir de laquelle l'intervalle de fluctuation asymptotique a une longueur inférieure ou égale à $0,02$.

a. Écrire, en fonction de n, un intervalle de fluctuation asymptotique à 95 % de la fréquence de flacons conformes dans un échantillon de n flacons puis vérifier que la longueur de cet intervalle est $2 \times 1,96\sqrt{\dfrac{0,93 \times 0,07}{n}}$.

b. Avec un logiciel de calcul formel, on a obtenu les informations suivantes :

1	$2 * 1,96 * \text{sqrt}((0,93 * 0,07)/x) <= 0,02$ $2 \cdot 1,96\sqrt{\dfrac{0,93 \times 0,07}{x}} \leqslant 0,02$
2	$2(1,96)\text{sqrt}((0,93(0,07))/x) \leqslant 0,02$ Résoudre : $\left\{x \geqslant \dfrac{1\,563\,051}{625}\right\}$
3	$1\,563\,051/625$ $\approx 2\,500,88$

Utiliser les résultats obtenus pour en déduire la valeur N cherchée.

ANNEXE 1 : Exercice 1 (à rendre avec la copie)

Temps t_i en heures	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Concentration C_i en millimoles par litre	0,082	0,065	0,058	0,045	0,040	0,030	0,024	0,021	0,019	0,013
$y_i = \ln(C_i)$	$-2,50$									

ANNEXE 2 : Exercice 2 (à rendre avec la copie)

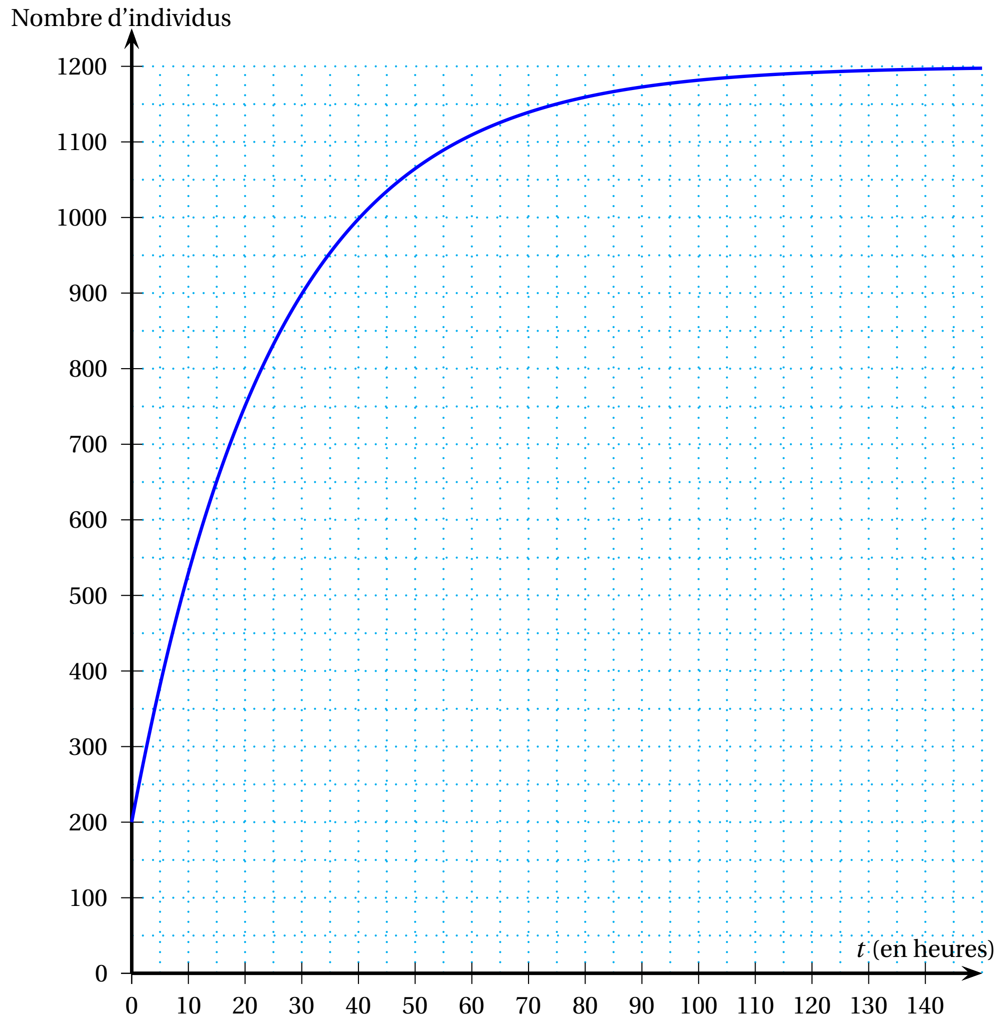
4. a.

Étape i	u	S
1	29,10	59,10
2	28,23	87,33
3		
4		
5		

5. a.

Variables :
n entier naturel
u et S réels
Initialisation :
u prend la valeur 30
S prend la valeur 30
n prend la valeur 0
Traitement :
. . . .
  u prend la valeur $0,97 \times u$
  S prend la valeur $S + u$
  n prend la valeur . . .
. . . . . .
Sortie
Afficher . . .

ANNEXE 3 : Exercice 3 (à rendre avec la copie)



∽ Baccalauréat STL biotechnologies Antilles-Guyane 16 juin 2017 ∾

EXERCICE 1 **4 points**

Les deux questions sont indépendantes

Dans cet exercice, on s'intéresse à l'indice de masse corporelle (poids en kg divisé par le carré de la taille en m), noté IMC, de personnes adultes, âgées de 18 à 74 ans.

Une personne est considérée « maigre » si son IMC est inférieur à 18,5.
Elle est considérée « de poids normal » si son IMC est compris entre 18,5 et 25.
Elle est considérée « en surpoids » si son IMC est compris entre 25 et 30.
Elle est considérée « obèse » si son IMC est supérieur à 30.

Les probabilités seront arrondies à 10^{-3}.

1. On note X la variable aléatoire qui, à une personne adulte prise au hasard, associe son IMC.
   Dans cette question, on suppose que X suit la loi normale d'espérance $24,9$ et d'écart type $5,3$.
   On prend une personne au hasard dans la population.
   a. Déterminer la probabilité que cette personne soit « en surpoids ».
   b. Déterminer la probabilité que cette personne soit « maigre ».
2. On suppose qu'en France, la proportion d'adultes obèses est de 15 %.
   a. Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence de personnes obèses dans un échantillon de taille 800. Arrondir les bornes de l'intervalle à 10^{-3}.
   b. Dans le cadre d'un plan de prévention planifié par une région française, une agence de santé indépendante a réalisé une enquête au cours de laquelle a été mesuré l'IMC de 800 personnes adultes habitant cette région. Parmi celles-ci, 148 ont un IMC supérieur à 30.
   Peut-on considérer que la population de cette région comporte une proportion d'adultes obèses conforme à la moyenne nationale ou, au contraire, qu'il y a lieu d'envisager des actions de prévention contre l'obésité ? Justifier la réponse.

EXERCICE 2 **4 points**

QUESTIONNAIRE À CHOIX MULTIPLE

Pour chaque question, une seule des réponses proposées est exacte. Chaque bonne réponse rapporte un point, une mauvaise réponse ou l'absence de réponse n'enlève pas de point.

Donner sur la copie le numéro de la question suivi de la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée et une seule réponse est attendue par question.

1. On injecte à un patient une dose de 5 mL d'une solution antibiotique, ce qui correspond à une dose de 5 mg d'antibiotique. La quantité d'antibiotique présente dans le sang diminue chaque heure de 5,5 %.
   Au bout de combien d'heures révolues la quantité de médicament restant dans le sang sera-t-elle passée sous le seuil des 20 % de la quantité injectée au départ du traitement ?

   a. 9 **b.** 28 **c.** 57 **d.** 29

2. Dans un échantillon de 136 personnes prélevé dans la population d'une ville, on observe que 57 d'entre elles portent des lunettes. On appelle p la proportion des personnes portant des lunettes dans la population.
   L'intervalle de confiance dont les bornes sont arrondies à 10^{-2}, au niveau 95 %, pour la proportion p est :

   a. [0,35 ; 0,49] **b.** [0,47 ; 0,67] **c.** [0,41 ; 0,43] **d.** [0,34 ; 0,50]

3. Une variable aléatoire Y suit une loi exponentielle de paramètre $3,5$.
   La probabilité $P(0,4 \leqslant Y \leqslant 0,8)$, approchée à $0,001$ près, est égale à :

   a. 0,186 **b.** 0,650 **c.** 0,734 **d.** 0,286

4. On rappelle que la fonction ALEA() d'un tableur renvoie un nombre aléatoire compris entre 0 et 1, et simule une variable aléatoire suivant une loi uniforme sur l'intervalle [0 ; 1].
   On souhaite simuler une variable aléatoire suivant une loi uniforme sur l'intervalle [-1 ; 1].
   Quelle formule faut-il écrire dans le tableur ?

   a. $= 2 \times \text{ALEA}() - 1$ **b.** $= (\text{ALEA}() + 1) \div 2$ **c.** $= 2 \times \text{ALEA}()$ **d.** $= \ln(\text{ALEA}())$

EXERCICE 3 **4 points**

On administre à un patient un médicament par voie intraveineuse. Ainsi la concentration du produit actif est quasi immédiatement maximale après l'injection, puis elle diminue de 3 % par minute.

On notera C_0 la concentration à l'instant $t = 0$ minute et C_n la concentration en mg. L^{-1} au bout de n minutes.
On pose $C_0 = 1$.

1. Justifier que la suite (C_n) est géométrique. Préciser sa raison.
2. Exprimer C_n en fonction de n.
3. En résolvant une inéquation, déterminer à partir de quelle valeur de n la concentration du produit actif aura diminué de moitié.
4. On considère le premier algorithme suivant :

Variables :	K est un nombre réel
Initialisation :	K prend la valeur 1
Traitement :	Répéter 5 fois
	K prend la valeur $0,97 * K$
Sortie :	Afficher K

   a. Quelle est la valeur K affichée à l'issue de l'exécution de cet algorithme ? On arrondira à 0,000 1.

   b. Quelle interprétation peut-on donner de cette valeur de K en terme de concentration du médicament ?

5. On considère maintenant l'algorithme suivant :

Variables :	i est un entier naturel, K est un nombre réel
Initialisation :	K prend la valeur 1
	i prend la valeur 0
Traitement :	Tant que $K > 0,5$
	i prend la valeur $i+1$
	K prend la valeur $0,97 * K$
Sortie :	Afficher i

a. Expliquer pourquoi cet algorithme exécutera plus de 5 itérations de la boucle « Tant que ».

b. Quel résultat l'exécution de cet algorithme permet-elle de retrouver ?

EXERCICE 4 — 8 points

PARTIE A - ÉTUDE STATISTIQUE

Les immunoglobulines G, notées IgG, sont des anticorps qui interviennent dans l'élimination d'antigènes. On étudie la concentration d'IgG dans le sang d'un patient au fil des semaines lors du contact avec un antigène.
On a recueilli les informations consignées dans le tableau suivant, où t_i est le temps en semaines écoulées après ce contact et y_i le taux d'immunoglobulines G en g. L^{-1} :

Temps t_i en semaines	1	2	3	4	5	6
Taux y_i d'IgG en g.L^{-1}	13,4	14,7	13,9	12,8	11,7	10,5

On pose $z = \ln\left(\dfrac{y}{t}\right)$.

1. Recopier sur vote copie et compléter le tableau suivant, les résultats seront arrondis à 10^{-2} :

t_i	1	2	3	4	5	6
$z_i = \ln\left(\dfrac{y_i}{t_i}\right)$	2,60				0,85	

2. Donner, à l'aide de la calculatrice, l'équation de la droite de régression linéaire de z en t, obtenue par la méthode des moindres carrés. Les coefficients seront arrondis à 10^{-2} près.

3. Déterminer un ajustement de y en fonction de t de la forme $y = at\mathrm{e}^{bt}$ où a et b sont des nombres réels. On arrondira les a et b au dixième.

4. Estimer le taux d'IgG à la 8$^{\text{e}}$ semaine à l'aide de l'expression de la question 3. Arrondir à 10^{-1}.

PARTIE B - ÉTUDE D'UNE FONCTION

Soit f la fonction définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par

$$f(t) = 17,3t\mathrm{e}^{-0,4t}.$$

On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère.

1. On donne : $\displaystyle\lim_{t\to+\infty} f(t) = 0$. Interpréter graphiquement ce résultat.

2. On note f' la dérivée de f sur $[0\,;\,+\infty[$.
Montrer que pour tout t de $[0\,;\,+\infty[$, $f'(t) = (17,3-6,92t)\mathrm{e}^{-0,4t}$.

3. **a.** Étudier le signe de $f'(t)$ sur $[0\,;\,+\infty[$.

b. Établir le tableau de variations de f sur $[0\,;\,+\infty[$.

c. Soit F la fonction définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par

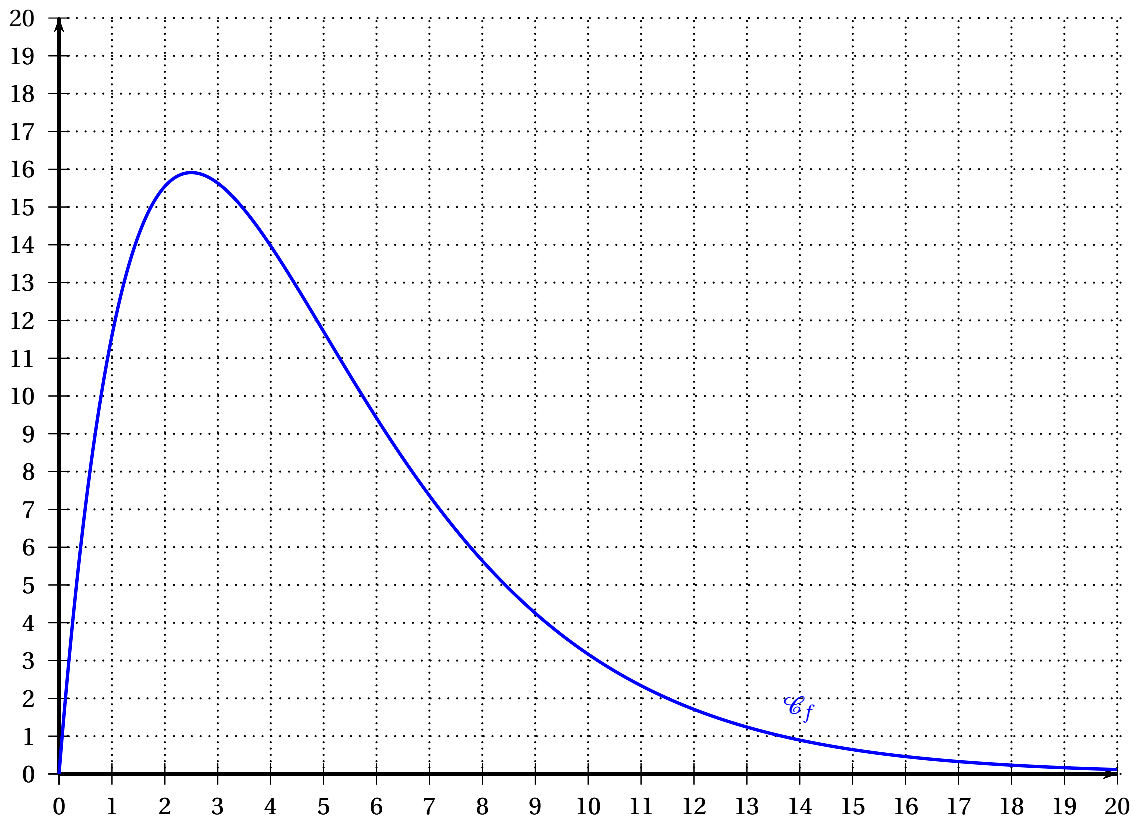
$$F(t) = (-108,125 - 43,25t)\mathrm{e}^{-0,4t}.$$

Montrer que F est une primitive de f sur $[0\,;\,+\infty[$.

4. La valeur moyenne de f sur $[a\,;\,b]$ est donnée par la formule : $V_m = \dfrac{1}{b-a}\displaystyle\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t$.
Calculer la valeur moyenne de f sur l'intervalle $[1\,;\,5]$. On donnera la valeur approchée arrondie à 10^{-1} près.

PARTIE C - INTERPRÉTATION DES RÉSULTATS DE LA PARTIE B

On note $\mathscr{C}_f$ la courbe de la fonction f représentée dans le repère ci-dessous. (f est la fonction définie dans la partie B)



On suppose que $f(t)$ représente le taux d'IgG en g.L^{-1} en fonction du temps t en semaines (écoulées après contact avec l'antigène), où la fonction f est celle de la partie B.

1. Quel est le taux maximal d'IgG du patient ? Quand ce taux est-il atteint ?
2. Le test sérologique d'IgG est positif lorsque le taux d'IgG dépasse 13 g.L^{-1}.
   Déterminer, à l'aide du graphique, sur quelle période une analyse de sang donnerait ce test positif.
3. Sachant que le taux d'immunoglobuline est inférieur à 12 g.L^{-1} en moyenne chez un adulte sain, suivant ce modèle, durant quelles périodes le sujet pourrait-il être diagnostiqué sain ?

Baccalauréat STL biotechnologies Métropole–La Réunion 16 juin 2017

EXERCICE 1 **6 points**

Les deux parties de cet exercice peuvent être traitées indépendamment.

PARTIE A

Une société souhaite exploiter un nouveau détecteur qui permet de mesurer la désintégration de noyaux radioactifs. Pour tester ce détecteur, la société l'utilise pour déterminer le nombre de noyaux radioactifs présents dans un échantillon radioactif à des instants donnés. Voici les résultats des relevés réalisés au cours des heures qui ont suivi le début du test :

Nombre t_i d'heures écoulées depuis le début du test	0	2	4	6	8	10
Nombre de noyaux N_i détectés dans l'échantillon (en milliards)	500	440	395	362	316	279

1. **a.** Recopier et compléter le tableau ci-dessous $\left(\text{on arrondira les valeurs à } 10^{-3}\right)$:

t_i	0	2	4	6	8	10
$y_i = \ln N_i$						

b. Représenter le nuage de points de coordonnées $\left(t_i\ ;\ y_i\right)$ sur l'**annexe 1, (à rendre avec la copie)**.

c. Un ajustement affine est-il envisageable ? Pourquoi ?

d. À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite D d'ajustement de y en t par la méthode des moindres carrés sous la forme $y = at+b$, où les coefficients a et b seront arrondis à 10^{-3}.

e. Tracer alors la droite D sur l'**annexe 1 (à rendre avec la copie)**.

2. **a.** On choisit la droite D comme modèle d'ajustement du nuage de points $M_i\left(t_i\ ;\ y_i\right)$.
À l'aide de la question **??**, montrer alors que, pour tout réel t positif ou nul, le nombre de noyaux, en milliards, détectés dans l'échantillon au bout de t heures écoulées depuis le début du test, est de la forme : $A\mathrm{e}^{Bt}$ où A (arrondi à l'unité) et B (arrondi au millième) sont deux réels à préciser.

b. La loi de désintégration assure que la fonction f, qui à tout réel t positif ou nul, associe le nombre de noyaux, en milliards, présents dans l'échantillon au bout de t heures, est définie par $f(t) = 500\mathrm{e}^{-0,06t}$. Le test réalisé doit-il conduire la société à exploiter le nouveau détecteur ? Pourquoi ?

PARTIE B

On étudie à présent la fonction f définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par

$$f(t) = 500\mathrm{e}^{-0,06t}.$$

1. On admet que : $\displaystyle\lim_{t\to+\infty} \mathrm{e}^{-0,06t} = 0$.
Déterminer et interpréter graphiquement la limite de f en $+\infty$.
2. Calculer $f'(t)$ où f' est la fonction dérivée de f.

3. En déduire le tableau de variations de la fonction f.

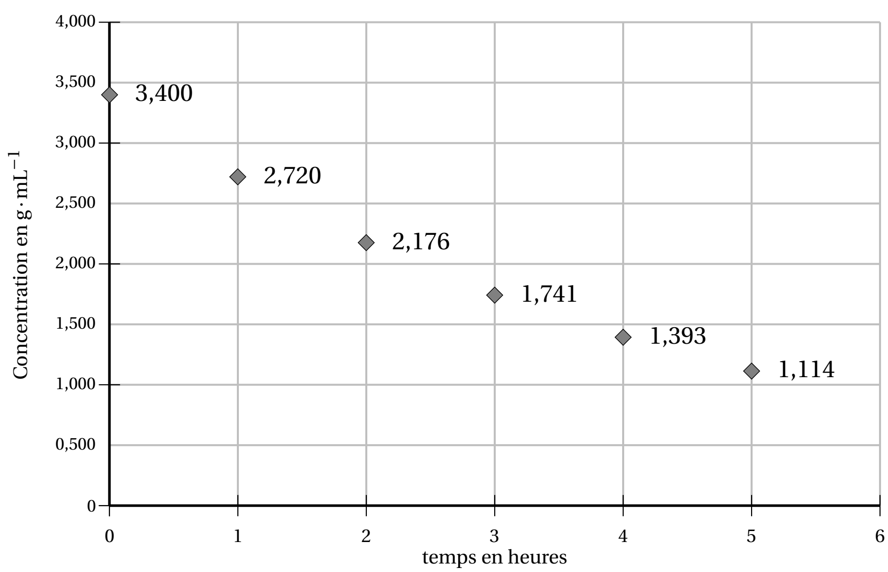
4. On rappelle que $f(t)$ est le nombre de noyaux, en milliards, présents dans l'échantillon radioactif t heures après le début du test.

a. Calculer le nombre de noyaux présents dans l'échantillon 24 heures après le début du test. On arrondira à l'unité.

b. Au bout de combien d'heures la moitié des noyaux présents dans l'échantillon au début du test aura-t-elle disparu ? On justifiera la réponse par un calcul et on arrondira à l'heure.

EXERCICE 2 **6 points**

On s'intéresse à une modélisation de la concentration d'un médicament, injecté dans le sang d'un patient, en fonction du temps.
À 7 heures du matin, on injecte le médicament au patient. Toutes les heures, on relève la concentration de médicament dans le sang, exprimée en $\text{g}\cdot\text{mL}^{-1}$. À l'injection, cette concentration est égale à $3{,}4\,\text{g}\cdot\text{mL}^{-1}$.
Le nuage de points ci-dessous donne la concentration de ce médicament dans le sang en fonction du temps écoulé depuis l'injection.



PARTIE A

Dans cette partie, on modélise la concentration de ce médicament par une fonction définie sur l'intervalle $[0\,;\,5]$.
Parmi les trois modélisations proposées, une seule est correcte. Laquelle ? Justifier.

a. $f : x \longmapsto 0,6x + 3,4$

b. $g : x \longmapsto 3,4\text{e}^{-0,223x}$

c. $h : x \longmapsto \dfrac{9}{3+x}$

PARTIE B

Dans cette partie, on choisit de modéliser la concentration du médicament par une suite, en prenant, pour valeurs des trois premiers termes de la suite, les valeurs données par le graphique placé avant la partie A.

1. Pour tout entier naturel n, on note C_n la concentration, exprimée en g·mL^{-1}, au bout de n heures, de ce médicament dans le sang. Une partie de ce médicament est éliminée toutes les heures.

  a. Par lecture du graphique, donner les valeurs de C_0, C_1 et C_2.

  b. Que peut-on alors conjecturer sur la nature de la suite (C_n) ? Pourquoi ?

On admet qu'à chaque heure, la concentration du médicament restante baisse de 20 %.

2. Pour tout entier naturel n, exprimer C_n en fonction de n.

3. Déterminer alors la limite de la suite (C_n) lorsque n tend vers l'infini. Interpréter cette limite dans le contexte de l'exercice.

4. Soit l'algorithme suivant :

```
Variables :
    n entier naturel
    C réel
Initialisation :
    Affecter à n la valeur 0
    Affecter à C la valeur 3,4
Traitement :
    Tant que C est supérieur à 1
        Affecter à n la valeur n + 1
        Affecter à C la valeur 0,8 × C
    Fin tant que
Sortie :
    Afficher n
```

Quelle valeur affiche l'algorithme ? Interpréter le résultat dans le contexte de cet exercice.

5. Pour des raisons d'efficacité, le patient reçoit immédiatement une nouvelle injection de médicament dès que, lors d'un relevé à une heure donnée, la concentration **c** du médicament dans le sang est inférieure ou égale à $1\,\text{g}\cdot\text{mL}^{-1}$. À la nouvelle injection, la concentration du médicament dans le sang est alors égale à $\mathbf{c} + 3,4\,\text{g}\cdot\text{mL}^{-1}$.

  a. À quelle heure le patient devra-t-il recevoir une deuxième injection ?

  b. Quelle est la concentration du médicament à cette deuxième injection ?
  On arrondira le résultat à $0,1\,\text{g}\cdot\text{mL}^{-1}$.

  c. À quelle heure le patient devra-t-il recevoir une troisième injection ?

EXERCICE 3 — 4 points

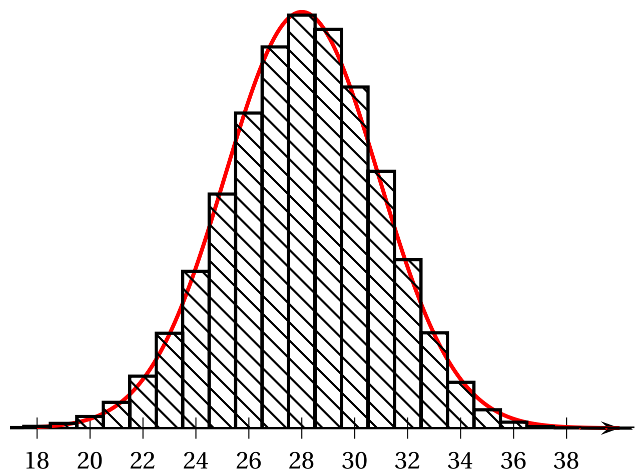
La Direction de la recherche, des études, de l'évaluation et des statistiques (Drees) affirme qu'en France : 7 adultes sur 10 portent des lunettes.
On prélève au hasard un échantillon de 40 adultes parmi la population française. On assimile ce prélèvement à un tirage avec remise.
Soit X la variable aléatoire qui, à tout échantillon de ce type, associe le nombre de porteurs de lunettes dans l'échantillon.

1. **a.** Montrer que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

b. Calculer la probabilité qu'il y ait au moins 30 porteurs de lunettes dans un tel échantillon de 40 adultes. On donnera la valeur arrondie à 10^{-3}.

On admet que la loi binomiale de la variable aléatoire X précédente peut être approchée par une loi normale de paramètres μ et σ.

2. On a représenté ci-dessous un diagramme en bâtons et une courbe C. L'une de ces deux représentations est la représentation de la loi binomiale suivie par X ; l'autre celle de la loi normale de paramètres μ et σ.



a. À laquelle des deux représentations est associée la loi binomiale ? Pourquoi ?

b. Donner, par lecture graphique, la valeur de μ. Justifier,

c. On affirme que l'écart type σ de la loi normale est égal à 8. Cette affirmation est-elle correcte ? Pourquoi ?

3. **a.** Déterminer un intervalle de fluctuation asymptotique à 95 % de la fréquence des porteurs de lunettes dans un échantillon aléatoire de 40 adultes en France. On arrondira les bornes de l'intervalle à 10^{-3}.

b. Dans un échantillon de 40 adultes en France, on compte 24 porteurs de lunettes. Déduire de la question précédente si cet échantillon remet en cause l'affirmation de la Drees qui figure au début de l'exercice.

EXERCICE 4 **4 points**

Soient les fonctions f et g définies sur $[0 ; 7]$ par

$$f(x) = 20x^{-x} \qquad \text{et} \qquad g(x) = 20x^{2-x}.$$

On note C_f et C_g les courbes représentatives respectives des fonctions f et g représentées en **annexe 2**.

1. On note :

— D_1 l'aire du domaine délimité par la courbe C_f, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 3$;

— D_2 l'aire du domaine délimité par les courbes C_g, C_f et les droites d'équation $x = 3$ et $x = 6$.

a. Hachurer les domaines D_l et D_2 sur le graphique donné en **annexe 2, à rendre avec la copie**.

b. Encadrer, par deux entiers consécutifs, les aires, en unités d'aire, des domaines D_1 et D_2.

2. La commande $Int(f(x), x, a, b)$ d'un logiciel de calcul formel permet de calculer la valeur de l'intégrale $\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$.

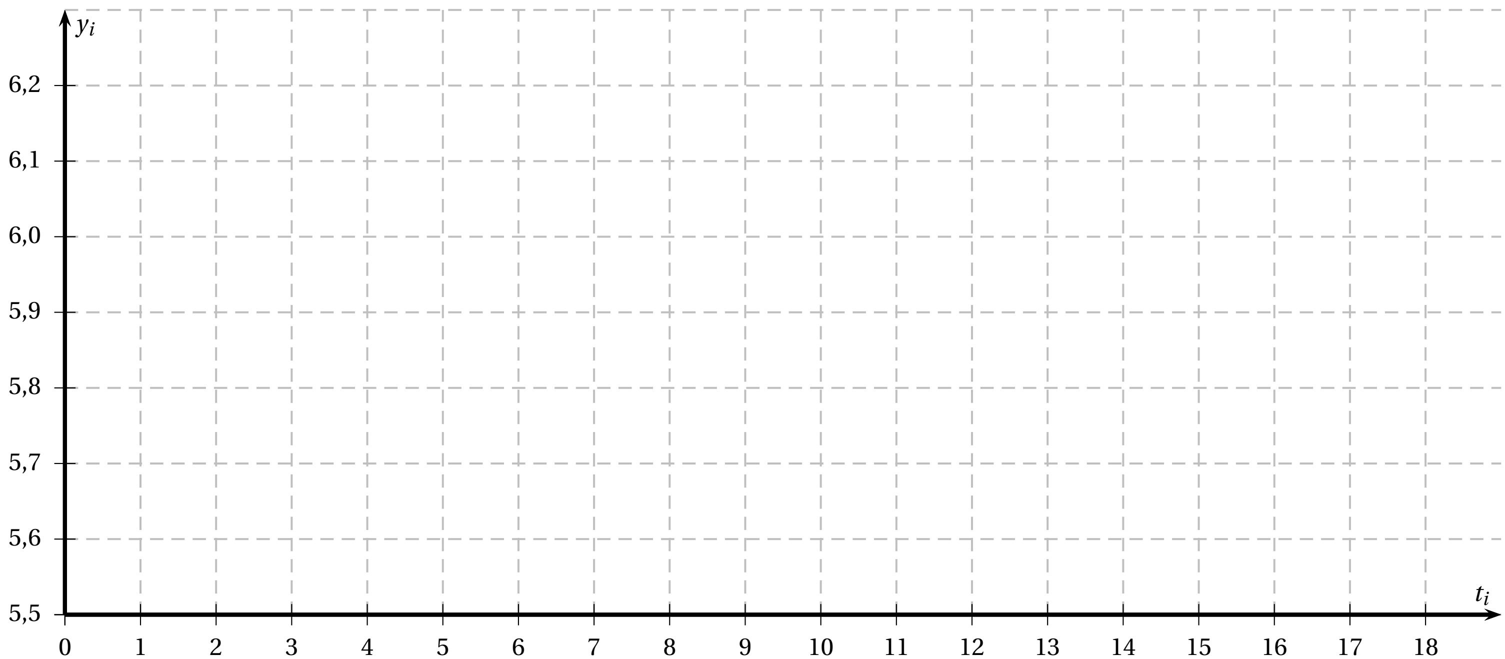
On obtient alors les résultats suivants pour quatre intégrales :

1	$Int(20x\mathrm{e}^{-x}, x, 1, 2)$
	$40\mathrm{e}^{-1} - 60\mathrm{e}^{-2}$
2	$Int(20x^{-x}, x, 2, 3)$
	$60\mathrm{e}^{-2} - 80\mathrm{e}^{-3}$
3	$Int(20x\mathrm{e}^{-x}, x, 3, 6)$
	$80\mathrm{e}^{-3} - 140\mathrm{e}^{-6}$
4	$Int(20x^2\mathrm{e}^{-x}, x, 3, 6)$
	$340\mathrm{e}^{-3} - 1\,000\mathrm{e}^{-6}$

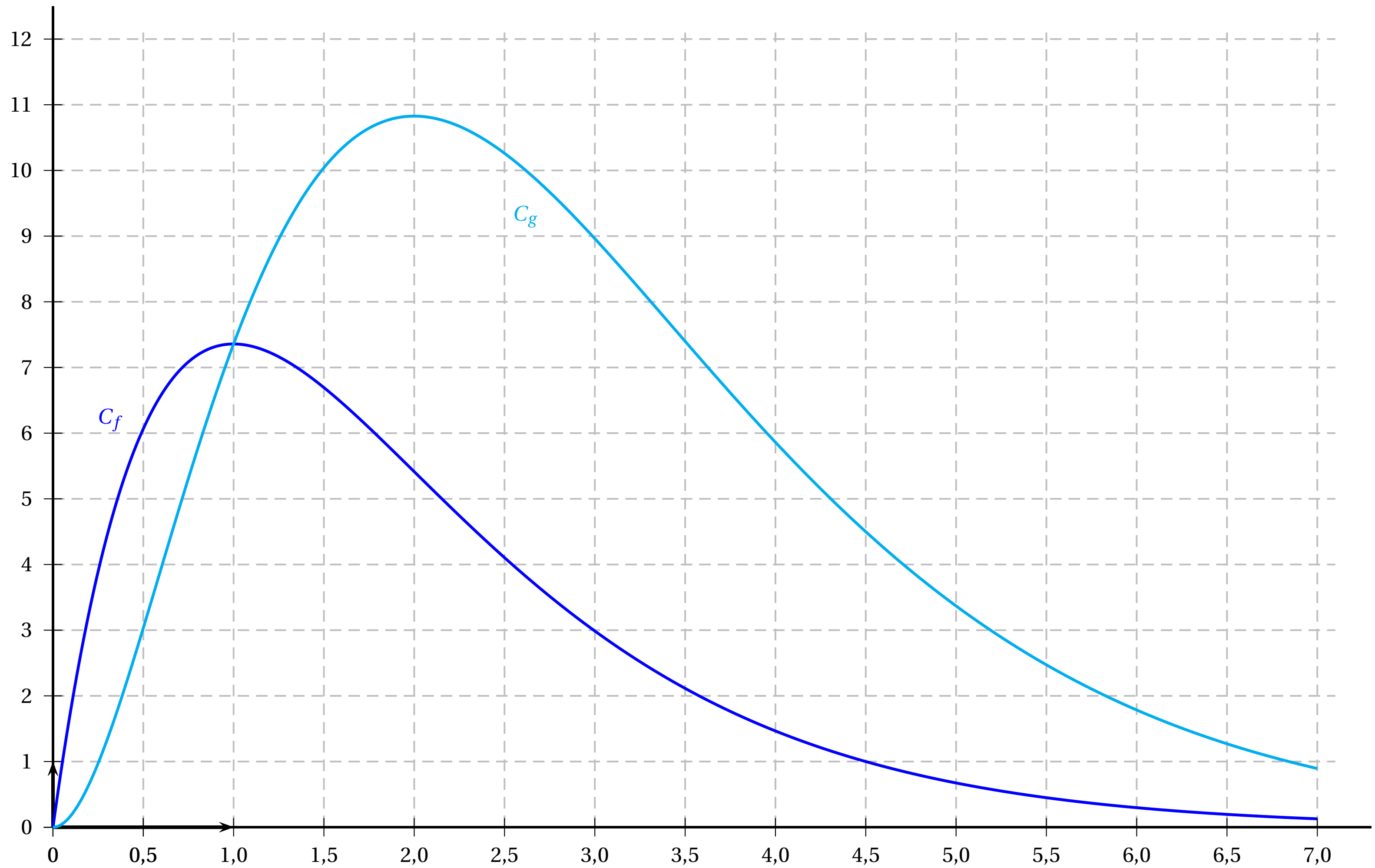
a. Déterminer les aires des domaines D_1 et D_2 en justifiant la réponse. On donnera les valeurs exactes.

b. Comparer les valeurs des deux aires obtenues.

Annexe 1 (exercice 1)
(À rendre avec la copie)



Annexe 2 (exercice 4)
(À rendre avec la copie)



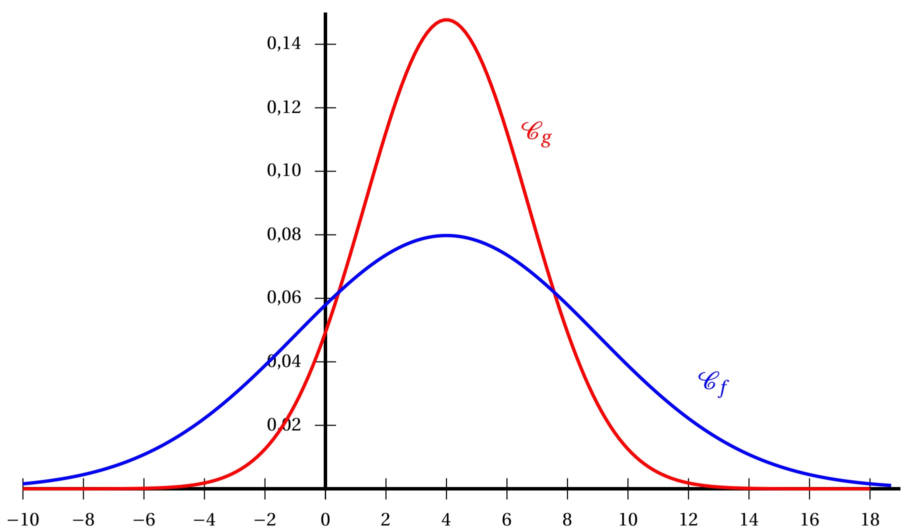
4 heures

∾ Baccalauréat STL biotechnologies Métropole–La Réunion ∾
7 septembre 2017

EXERCICE 1 **(4 points)**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Pour chacune des questions, une seule des trois réponses proposées est exacte.
Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse à une question ne rapportent ni n'enlèvent de point.
Indiquer, sans justification, le numéro de la question et la réponse correspondante sur la copie.

1. Une variable aléatoire X suit la loi uniforme sur $[4\,;9]$, alors la probabilité $P(X \geqslant 5)$ est égale à :
   a. $\dfrac{5}{9}$; **b.** $0,8$; **c.** une valeur autre que $\dfrac{5}{9}$ et 0,8.
2. Une variable aléatoire Y suit la loi normale d'espérance 15 et d'écart type 4 alors la probabilité $P(Y \geqslant 17)$ est :
   a. supérieure à 0,25 ; **b.** inférieure à 0,15 ; **c.** supérieure à 0,75.
3. Dans le repère ci-dessous, la courbe $\mathscr{C}_f$ représente la fonction de densité f d'une variable aléatoire suivant une loi normale d'espérance μ et d'écart type σ. De même, la courbe $\mathscr{C}_g$ représente la fonction de densité g d'une variable aléatoire suivant une loi normale d'espérance μ′ et d'écart type σ'.



   D'après le graphique. on a :
   a. μ= μ′ et $\sigma > \sigma'$; **b.** μ< μ′ et $\sigma = \sigma'$; **c.** μ= μ′ et $\sigma < \sigma'$.
4. La loi binomiale de paramètres $n = 150$ et $p = 0,96$ peut être approximée par la loi normale d'espérance μ et d'écart type σ avec :
   a. μ= 144 et $\sigma = 5,76$; **b.** μ= 150 et $\sigma = 2,4$; **c.** μ= 144 et $\sigma = 2,4$.

EXERCICE 2 **(4 points)**

Une solution contient initialement 5 millions de bactéries par mL. Toutes les 10 minutes, la concentration en bactéries augmente de 15 %.

1. Pour tout entier naturel n, on note c_n la concentration en bactéries en millions par mL au bout de n dizaines de minutes.

a. Quelle est la nature de la suite (c_n) ? En préciser le premier terme et la raison.

b. Vérifier qu'au bout d'une heure et demie, la concentration des bactéries en millions par mL, est égale à 17,6 (valeur arrondie à 0,1).

c. En précisant la démarche, déterminer au bout de combien de minutes la concentration en bactéries dépasse 20 millions par mL.

Les phages sont des virus infectant les bactéries ; ils peuvent donc servir d'agents antibactériens. Le but de l'exercice est d'étudier l'action de phages sur une population de bactéries.

2. On introduit des phages au bout de 90 minutes. Cette introduction de phages provoque une diminution globale de la concentration en bactéries de 40 % toutes les dix minutes. On souhaite connaître le temps nécessaire pour que la concentration en bactéries devienne inférieure à 10 % de la concentration initiale. Pour ce faire, on utilise l'algorithme ci-dessous.

Variables : I entier, C réel
Traitement :
  C prend la valeur 17,6
  I prend la valeur 0
   Tant que $C > 0,5$
    I prend la valeur $I + 1$
    C prend la valeur $C \times 0,6$
   Fin Tant Que
Sortie : Afficher I et C

a. Que représentent les valeurs 17,6 et 0,5 figurant dans l'algorithme par rapport à la situation concrète proposée ?

b. Quelles sont les valeurs affichées par l'algorithme en sortie ? Comment les interpréter ?

EXERCICE 3 (5 points)

Partie A

Chez un ostréiculteur (producteur d'huîtres) d'un village au bord de l'Atlantique, la bactérie appelée *vibrio estuarianus* est apparue à partir du mois d'août 2014. Le tableau ci-dessous donne la quantité y_i (exprimée en tonnes) d'huîtres affectées par cette bactérie dans son élevage en fonction de x_i qui représente le numéro du mois depuis l'apparition de la bactérie. Le numéro 1 correspond au mois d'août 2014, le numéro 2 correspond au mois de septembre 2014, ...

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y_i	20	210	320	390	440	480	510	540	560	570

1. a. Sur une feuille de papier millimétré, représenter graphiquement ce nuage de points dans un repère orthogonal. On prendra 1 cm pour 1 unité en abscisses et 1 cm pour 50 tonnes en ordonnées.

b. Un ajustement affine semble-t-il pertinent ? Pourquoi ?

2. On pose : $z_i = \dfrac{750}{750 - y_i}$. Recopier et compléter le tableau suivant en arrondissant les valeurs de z_i, au centième.

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
z_i	1,03									

3. **a.** On réalise alors un ajustement affine de ce nouveau nuage de points $M_i(x_i\ ;\ z_i)$. À l'aide de la calculatrice, donner une équation de la droite D d'ajustement de z en x obtenue par la méthode des moindres carrés (on arrondira les coefficients à 10^{-4}).

b. Déterminer à l'aide de ce modèle d'ajustement, la quantité d'huîtres affectées par la bactérie en décembre 2015 chez cet ostréiculteur (le mois de décembre est la période de vente la plus importante pour un ostréiculteur). On arrondira le résultat à la dizaine de tonnes.

Partie B

Depuis le mois de janvier 2015, on tente d'éradiquer cette bactérie à l'aide d'un antibiotique mis au point par un laboratoire pharmaceutique. Le directeur de ce laboratoire affirme que cet antibiotique permet de sauver 76 % des huîtres affectées par cette bactérie.

1. Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique à 95 % de la fréquence d'huîtres sauvées par l'utilisation de l'antibiotique dans un échantillon de 1 000 huîtres (on arrondira les bornes de l'intervalle à 10^{-3})

2. L'ostréiculteur décide d'utiliser cet antibiotique sur un lot de 1 000 huîtres de son élevage affectées par cette bactérie. Il constate, qu'après l'utilisation de cet antibiotique, 74 % des huîtres ont été sauvées.

L'observation faite par l'ostréiculteur remet-elle en question l'affirmation faite par le directeur du laboratoire ? Justifier la réponse.

EXERCICE 4 **(7 points)**

1. Soit la fonction g définie sur $[0\,;\,10]$ par $g(x) = 60x\mathrm{e}^{-0,5x}$. À l'aide d'un logiciel de calcul formel, on obtient deux expressions de la dérivée de la fonction g :

1	g(x) := 60 ∗ x ∗ exp(−0.5 ∗ x)
	//interprète g //Succès lors de la compilation g
	$x \to 60 * x * \exp((-0.5) * x)$
2	deriver (g(x))
	$60 * \exp(-0.5 * x) - 30 * x * \exp(-0.5 * x)$
3	factor(deriver g(x))
	$-30 * (x-2) * \exp(-0.5 * x)$

a. Déterminer le signe de la dérivée de la fonction g.

b. Établir le tableau de variations de g sur $[0\,;\,10]$.

2. Un laboratoire teste l'efficacité d'une nouvelle crème solaire. Pour cela, il mesure le taux d'hydratation, en pourcentage, de la peau d'une personne, qui est exposée au soleil pendant 10 heures. On admet que pour tout réel t de $[0\,;\,10]$, $g(t)$ est le taux d'hydratation de la peau au bout de t heures après l'application de la crème.

a. Calculer le taux d'hydratation, en pourcentage, de la peau au bout d'une demi-heure après l'application de la crème. On arrondira au dixième.

b. Déterminer à quel moment le taux d'hydratation, en pourcentage, est maximal.

c. On peut commercialiser cette crème si le taux d'hydratation dépasse 30 % pendant une durée d'au moins 3 heures.

À l'aide de la représentation graphique $\mathscr{C}_g$ de la fonction g donnée en annexe, expliquer si le laboratoire peut ou non commercialiser cette crème (on fera notamment apparaître les traits de construction utiles sur l'annexe à rendre avec la copie).

3. Un chercheur du laboratoire étudie l'élimination au contact de la lumière d'un composant de la crème solaire. La concentration de ce composant est modélisée par une fonction f.

Lorsque t représente le temps d'exposition à la lumière en heures, $f(t)$ représente la concentration en g·L^{-1} de ce composant restant dans la crème.

On admet que la fonction f définie sur $[0\,;\,+\infty[$ est solution de l'équation différentielle suivante :

$$(E) : \quad y' + 0{,}4y = 0.$$

a. On sait qu'à l'instant $t = 0$, la concentration du composant est égale à $1{,}3\,\text{g}\cdot\text{L}^{-1}$.
Montrer alors que pour tout réel t de $[0\,;\,+\infty[$, $f(t) = 1{,}3\text{e}^{-0{,}4t}$.

b. Déterminer le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0\,,\,+\infty[$.
Ce résultat est-il cohérent avec la situation étudiée ? Pourquoi ?

c. Déterminer au bout de combien de temps, la concentration du composant est inférieure à $0{,}3\,\text{g}\cdot\text{L}^{-1}$. On donnera la valeur en heures et minutes, arrondie à la minute.

Annexe de l'exercice 4, question 2.c.
À rendre avec la copie

Représentation graphique $\mathscr{C}_g$ de la fonction g