Baccalauréat STL spécialité biotechnologies
Antilles-Guyane 20 juin 2018

EXERCICE 1 **5 points**

L'utilisation d'un antiseptique permet de diminuer la population de bactéries.
Le tableau ci-dessous donne le nombre de bactéries en fonction du temps en minutes.

Temps en minutes : t_i	0	2	4	6	8	10
Nombre de bactéries : n_i	15 000	11 000	8 400	6 600	5 500	4 600

1. Représenter sur une feuille de papier millimétré le nuage de points de coordonnées $(t_i\ ;\ n_i)$ en prenant 1 cm pour 1 minute en abscisses et 1 cm pour 1 000 bactéries en ordonnées.
2. On estime qu'un ajustement affine n'est pas pertinent. On choisit d'effectuer un changement de variable en posant : $y_i = \ln(n_i)$
   a. Compléter le tableau suivant dans l'**annexe à rendre avec la copie, page 4**, en donnant des valeurs approchées arrondies à 0,001 près des résultats.

Temps en minutes : t_i	0	2	4	6	8	10
$y_i = \ln(n_i)$	9,616					

   b. Déterminer une équation de la droite d'ajustement affine par la méthode des moindres carrés de y en t. Les coefficients seront arrondis à 0,001.
3. Dans la suite, on suppose que la droite d'ajustement affine de y en t obtenue par la méthode des moindres carrés a pour équation $y = -0,12t + 9,55$.
   On admet que le modèle reste valable au-delà de 10 minutes.
   a. Déterminer une estimation du nombre de bactéries au bout de 15 minutes. On arrondira le résultat à la centaine près.
   b. Au bout de combien de temps peut-on estimer que le nombre de bactéries sera inférieur à 100 ? On donnera le résultat à la minute près.

EXERCICE 2 **5 points**

En décembre 2017, Vincent emprunte 5 000 € à ses parents pour acheter une voiture.
Il décide de les rembourser le premier jour de chaque mois. Le 1^er^ janvier 2018, il effectue un premier versement de 100 €. Pour limiter la durée du prêt, il décide ensuite d'augmenter les versements de 2 % chaque mois.

1. Quel montant verse-t-il le 1^er^ février 2018 ?
2. On modélise la situation par une suite u On note u_n le montant versé le n-ième mois. On a donc $u_1 = 100$.
   a. Justifier que la suite u est géométrique, préciser sa raison.
   b. Exprimer u_n en fonction de n.
   c. Calculer, à 0,01 près, le montant que Vincent versera le 1^er^ décembre 2018.
   d. Vincent aura-t-il remboursé un quart de ce qu'il doit à ses parents le 30 décembre 2018 ?
3. On considère l'algorithme suivant :

$n \longleftarrow 1$
$u \longleftarrow 100$
$S \longleftarrow 100$
Tant que $S < 5000$
$\quad n \longleftarrow n+1$
$\quad u \longleftarrow 1,02 \times u$
$\quad S \longleftarrow S+u$
Fin Tant que

a. Exécuter pas à pas cet algorithme en remplissant le tableau en **annexe à rendre avec la copie, page 4**, avec les premières valeurs successives prises par les variables u et S.
On arrondira les résultats au centime.

Valeurs de n	1	2	3	4
Valeurs de u	100			
Valeurs de S	100			

b. Que représente le nombre inscrit dans la cellule grisée ?

c. Que représente la valeur de la variable n après l'exécution complète de l'algorithme ?
Il n'est pas attendu de la calculer.

EXERCICE 3 **5 points**

Une catastrophe a rendu impropre à la consommation l'eau potable d'une commune. L'eau du réseau contient une substance chimique dont l'évolution de la concentration en fonction du temps t écoulé depuis le début de la pollution est modélisée par la fonction f telle que :

$$f(t) = 30\mathrm{e}^{-0,06t}$$

La fonction f est définie sur $[0\,;\,+\infty[$.
$f(t)$ est en $\mathrm{mg}\cdot\mathrm{L}^{-1}$ et t en heures.

1. Résoudre l'équation différentielle (E) : $y' + 0,06y = 0$
2. Justifier que la fonction f est une solution de l'équation différentielle (E).
3. Calculer $f(0)$. Interpréter ce résultat.
4. Quelle est la concentration, à 10^{-2} près, de la substance chimique dans l'eau au bout d'une journée ?
5. L'eau sera à nouveau consommable si la concentration de la substance chimique dans l'eau est inférieure à $0,05\,\mathrm{mg}\cdot\mathrm{L}^{-1}$. Au bout de combien de temps pourra-t-on de nouveau consommer l'eau du robinet ?
6. On admet que la concentration moyenne de la substance chimique dans l'eau, lors des douze premières heures, est donnée par la formule :

$$C = \frac{1}{12}\int_0^{12} f(t)\,\mathrm{d}t$$

a. Vérifier que la fonction F définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par $F(t) = -500\mathrm{e}^{-0,06t}$ est une primitive de f.

b. Calculer la valeur exacte de C.

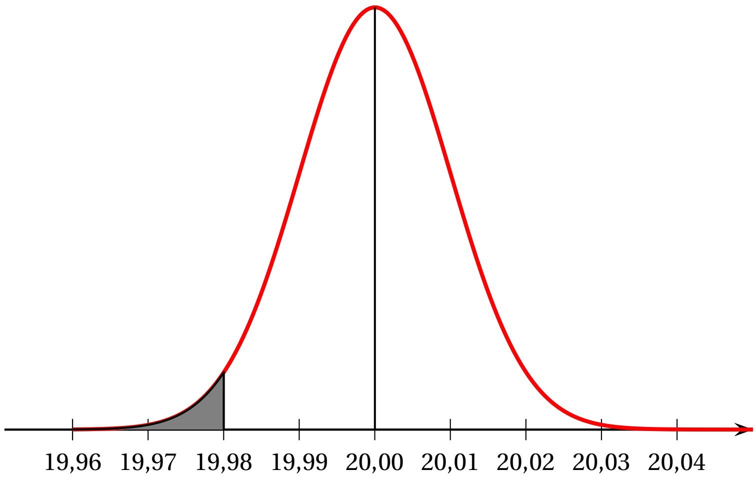
c. Donner une valeur approchée à 10^{-2} près de la concentration moyenne de la substance chimique dans l'eau, lors des douze premières heures.

EXERCICE 4 **5 points**

Une entreprise fabrique en grande série des éprouvettes de volume théorique 20 mL, destinées à être utilisées en laboratoire.
Les résultats seront donnés par des valeurs approchées, arrondies à 0,001.

PARTIE A :

On appelle X la variable aléatoire qui, à chaque éprouvette, associe son volume en mL.
X suit une loi normale dont la densité est représentée ci-dessous.
On admet que l'écart-type de X est $\sigma = 0,01$.



1. En utilisant le graphique, donner l'espérance de X.
2. Que représente l'aire de la partie grisée sur le graphique ?
3. Calculer la probabilité que le volume de l'éprouvette soit compris entre 19,975 mL et 20,025 mL.

PARTIE B :

Une éprouvette est dite conforme si son volume est compris entre 19,975 mL et 20,025 mL.
Un laboratoire commande un lot de 1 000 éprouvettes. Ces éprouvettes sont prélevées dans le stock de manière aléatoire. On considère le stock suffisamment grand pour que le prélèvement soit assimilé à un tirage aléatoire avec remise. L'entreprise assure que la probabilité qu'une éprouvette ne soit pas conforme, dans un tel stock, est de 0,012.

1. Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique à 95 % de la fréquence observée d'éprouvettes non conformes dans un lot de 1 000 éprouvettes.
2. Dans ce lot de 1 000 éprouvettes, le laboratoire a trouvé 9 éprouvettes non conformes.
   L'annonce faite par l'entreprise est-elle acceptable ?

Annexe à numéroter et à remettre avec la copie à la fin de l'épreuve même non complétée (placer à l'intérieur de la copie pour agrafage)

EXERCICE 1 Question 2. a.

Temps en minutes : t_i	0	2	4	6	8	10
$y_i = \ln(n_i)$	9,616					

EXERCICE 2 Question 3. a.

Valeurs de n	1	2	3	4
Valeurs de u	100			
Valeurs de S	100			