4 heures

Baccalauréat STL biotechnologies Métropole–La Réunion
7 septembre 2017

EXERCICE 1 **(4 points)**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Pour chacune des questions, une seule des trois réponses proposées est exacte.
Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse à une question ne rapportent ni n'enlèvent de point.
Indiquer, sans justification, le numéro de la question et la réponse correspondante sur la copie.

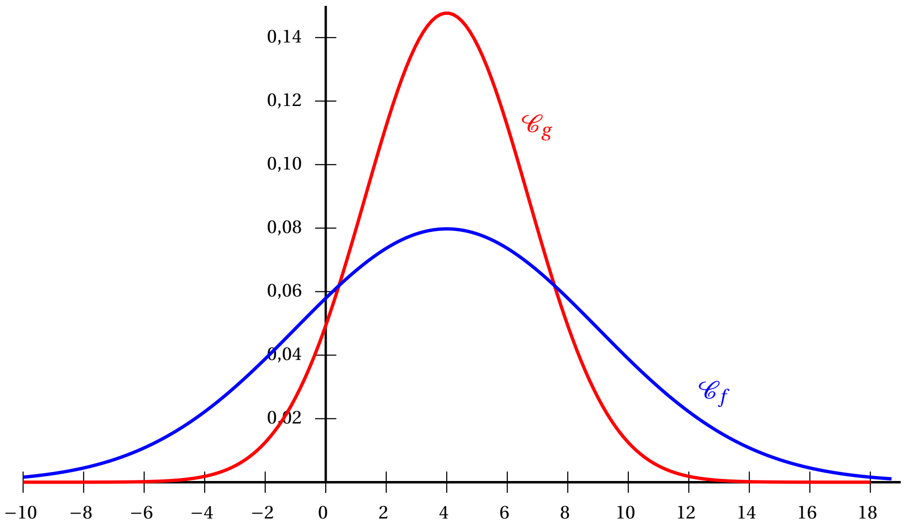
1. Une variable aléatoire X suit la loi uniforme sur $[4\,;\,9]$, alors la probabilité $P(X \geqslant 5)$ est égale à :

   a. $\dfrac{5}{9}$; **b.** $0,8$; **c.** une valeur autre que $\dfrac{5}{9}$ et 0,8.

2. Une variable aléatoire Y suit la loi normale d'espérance 15 et d'écart type 4 alors la probabilité $P(Y \geqslant 17)$ est :

   a. supérieure à 0,25 ; **b.** inférieure à 0,15 ; **c.** supérieure à 0,75.

3. Dans le repère ci-dessous, la courbe $\mathscr{C}_f$ représente la fonction de densité f d'une variable aléatoire suivant une loi normale d'espérance μ et d'écart type σ. De même, la courbe $\mathscr{C}_g$ représente la fonction de densité g d'une variable aléatoire suivant une loi normale d'espérance μ' et d'écart type σ'.



   D'après le graphique. on a :

   a. $\mu = \mu'$ et $\sigma > \sigma'$; **b.** $\mu < \mu'$ et $\sigma = \sigma'$; **c.** $\mu = \mu'$ et $\sigma < \sigma'$.

4. La loi binomiale de paramètres $n = 150$ et $p = 0,96$ peut être approximée par la loi normale d'espérance μ et d'écart type σ avec :

   a. $\mu = 144$ et $\sigma = 5,76$; **b.** $\mu = 150$ et $\sigma = 2,4$; **c.** $\mu = 144$ et $\sigma = 2,4$.

EXERCICE 2 **(4 points)**

Une solution contient initialement 5 millions de bactéries par mL. Toutes les 10 minutes, la concentration en bactéries augmente de 15 %.

1. Pour tout entier naturel n, on note c_n la concentration en bactéries en millions par mL au bout de n dizaines de minutes.

  a. Quelle est la nature de la suite (c_n) ? En préciser le premier terme et la raison.

  b. Vérifier qu'au bout d'une heure et demie, la concentration des bactéries en millions par mL, est égale à 17,6 (valeur arrondie à 0,1).

  c. En précisant la démarche, déterminer au bout de combien de minutes la concentration en bactéries dépasse 20 millions par mL.

Les phages sont des virus infectant les bactéries ; ils peuvent donc servir d'agents antibactériens. Le but de l'exercice est d'étudier l'action de phages sur une population de bactéries.

2. On introduit des phages au bout de 90 minutes. Cette introduction de phages provoque une diminution globale de la concentration en bactéries de 40 % toutes les dix minutes. On souhaite connaître le temps nécessaire pour que la concentration en bactéries devienne inférieure à 10 % de la concentration initiale. Pour ce faire, on utilise l'algorithme ci-dessous.

```
Variables : I entier, C réel
Traitement :
  C prend la valeur 17,6
  I prend la valeur 0
   Tant que C > 0,5
     I prend la valeur I + 1
     C prend la valeur C × 0,6
   Fin Tant Que
Sortie : Afficher I et C
```

  a. Que représentent les valeurs 17,6 et 0,5 figurant dans l'algorithme par rapport à la situation concrète proposée ?

  b. Quelles sont les valeurs affichées par l'algorithme en sortie ? Comment les interpréter ?

EXERCICE 3 **(5 points)**

Partie A

Chez un ostréiculteur (producteur d'huîtres) d'un village au bord de l'Atlantique, la bactérie appelée *vibrio estuarianus* est apparue à partir du mois d'août 2014. Le tableau ci-dessous donne la quantité y_i (exprimée en tonnes) d'huîtres affectées par cette bactérie dans son élevage en fonction de x_i qui représente le numéro du mois depuis l'apparition de la bactérie. Le numéro 1 correspond au mois d'août 2014, le numéro 2 correspond au mois de septembre 2014, …

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y_i	20	210	320	390	440	480	510	540	560	570

1. **a.** Sur une feuille de papier millimétré, représenter graphiquement ce nuage de points dans un repère orthogonal. On prendra 1 cm pour 1 unité en abscisses et 1 cm pour 50 tonnes en ordonnées.

  b. Un ajustement affine semble-t-il pertinent ? Pourquoi ?

2. On pose : $z_i = \dfrac{750}{750 - y_i}$. Recopier et compléter le tableau suivant en arrondissant les valeurs de z_i, au centième.

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
z_i	1,03									

3. **a.** On réalise alors un ajustement affine de ce nouveau nuage de points $M_i(x_i\ ;\ z_i)$. À l'aide de la calculatrice, donner une équation de la droite D d'ajustement de z en x obtenue par la méthode des moindres carrés (on arrondira les coefficients à 10^{-4}).

b. Déterminer à l'aide de ce modèle d'ajustement, la quantité d'huîtres affectées par la bactérie en décembre 2015 chez cet ostréiculteur (le mois de décembre est la période de vente la plus importante pour un ostréiculteur). On arrondira le résultat à la dizaine de tonnes.

Partie B

Depuis le mois de janvier 2015, on tente d'éradiquer cette bactérie à l'aide d'un antibiotique mis au point par un laboratoire pharmaceutique. Le directeur de ce laboratoire affirme que cet antibiotique permet de sauver 76 % des huîtres affectées par cette bactérie.

1. Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique à 95 % de la fréquence d'huîtres sauvées par l'utilisation de l'antibiotique dans un échantillon de 1 000 huîtres (on arrondira les bornes de l'intervalle à 10^{-3})

2. L'ostréiculteur décide d'utiliser cet antibiotique sur un lot de 1 000 huîtres de son élevage affectées par cette bactérie. Il constate, qu'après l'utilisation de cet antibiotique, 74 % des huîtres ont été sauvées.

   L'observation faite par l'ostréiculteur remet-elle en question l'affirmation faite par le directeur du laboratoire ? Justifier la réponse.

EXERCICE 4 **(7 points)**

1. Soit la fonction g définie sur $[0\,;\,10]$ par $g(x) = 60x\mathrm{e}^{-0,5x}$. À l'aide d'un logiciel de calcul formel, on obtient deux expressions de la dérivée de la fonction g :

1	g(x) := 60 ∗ x ∗ exp(−0.5 ∗ x)
	//interprète g //Succès lors de la compilation g
	$x \to 60 * x * \exp((-0.5) * x)$
2	deriver (g(x))
	$60 * \exp(-0.5 * x) - 30 * x * \exp(-0.5 * x)$
3	factor(deriver g(x))
	$-30 * (x-2) * \exp(-0.5 * x)$

   a. Déterminer le signe de la dérivée de la fonction g.

   b. Établir le tableau de variations de g sur $[0\,;\,10]$.

2. Un laboratoire teste l'efficacité d'une nouvelle crème solaire. Pour cela, il mesure le taux d'hydratation, en pourcentage, de la peau d'une personne, qui est exposée au soleil pendant 10 heures. On admet que pour tout réel t de $[0\,;\,10]$, $g(t)$ est le taux d'hydratation de la peau au bout de t heures après l'application de la crème.

   a. Calculer le taux d'hydratation, en pourcentage, de la peau au bout d'une demi-heure après l'application de la crème. On arrondira au dixième.

   b. Déterminer à quel moment le taux d'hydratation, en pourcentage, est maximal.

   c. On peut commercialiser cette crème si le taux d'hydratation dépasse 30 % pendant une durée d'au moins 3 heures.
   À l'aide de la représentation graphique $\mathscr{C}_g$ de la fonction g donnée en annexe, expliquer si le laboratoire peut ou non commercialiser cette crème (on fera notamment apparaître les traits de construction utiles sur l'annexe à rendre avec la copie).

3. Un chercheur du laboratoire étudie l'élimination au contact de la lumière d'un composant de la crème solaire. La concentration de ce composant est modélisée par une fonction f.

Lorsque t représente le temps d'exposition à la lumière en heures, $f(t)$ représente la concentration en $g{\cdot}L^{-1}$ de ce composant restant dans la crème.

On admet que la fonction f définie sur $[0~;~+\infty[$ est solution de l'équation différentielle suivante :

(E) : $y' + 0{,}4y = 0$.

a. On sait qu'à l'instant $t = 0$, la concentration du composant est égale à $1{,}3\,g\cdot L^{-1}$.
Montrer alors que pour tout réel t de $[0~,~+\infty[$, $f(t) = 1,3e^{-0{,}4t}$.

b. Déterminer le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0~,~+\infty[$.
Ce résultat est-il cohérent avec la situation étudiée ? Pourquoi ?

c. Déterminer au bout de combien de temps, la concentration du composant est inférieure à $0{,}3\,g\cdot L^{-1}$. On donnera la valeur en heures et minutes, arrondie à la minute.

Annexe de l'exercice 4, question 2.c.
À rendre avec la copie

Représentation graphique $\mathscr{C}_g$ de la fonction g