∽ Baccalauréat STL Biochimie génie biologique ∾ Métropole juin 2001

EXERCICE 1 **8 points**

Une station pompe l'eau d'une rivière pour la transformer ensuite en eau potable. Lors d'une pollution, elle doit interrompre ses prélèvements le temps que la vague de pollution soit évacuée par le courant. On suppose qu'à partir de l'alerte, donnée à l'instant 0, la concentration en polluant P, exprimée en milligrammes par litre (mg/l), dépend du temps t, exprimé en heures, suivant la relation :

$$P(t) = 100t\mathrm{e}^{-t} \qquad \text{pour } t \text{ appartenant à l'intervalle } [0\,;\,5].$$

1. Reproduire et compléter le tableau ci-dessous en donnant des valeurs arrondies à l'entier le plus proche :

t en heures	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$P(t)$ en mg/l	0		37							5	

2. Montrer que la dérivée P' est définie sur l'intervalle $[0\,;\,5]$ par :

$$P'(t) = 100\mathrm{e}^{-t}(1-t).$$

3. Étudier le signe de la dérivée P' et dresser le tableau de variation de la fonction P pour t appartenant à l'intervalle $[0\,;\,5]$.
4. Tracer la courbe représentative $\mathscr{C}_P$ de la fonction P dans un repère orthogonal en prenant en abscisse 2 cm pour une heure et en ordonnée 2 cm pour 5 mg/l de pollution.
5. Les normes en vigueur indiquent que ce polluant devient dangereux pour la santé si sa concentration dépasse 5 mg/l.
   a. Déterminer graphiquement à partir de quel instant t_0 la station peut reprendre son pompage sans risque pour la santé (on laissera les constructions apparentes).
   b. Entre le début de l'alerte et l'arrêt effectif du pompage, il s'est écoulé exactement 6 minutes. Peut-on affirmer que l'eau prélevée a toujours été conforme aux normes en vigueur vis-à-vis de ce polluant ? On justifiera la réponse à l'aide d'un calcul.

EXERCICE 2 **12 points**

Données scientifiques concernant le brochet

La croissance observée en centimètres suivant l'âge est indiquée dans le tableau ci-dessous :

âge du brochet en années	1	2	3	4	5
taille en centimètres	23	36	43	55	62

La longévité de l'espèce (âge maximal) est évaluée à neuf années.

Très nombreux à la naissance, les brochets se font plus rares à l'âge adulte, les spécimens très âgés devenant exceptionnels. Ainsi sur 1 000 brochets qui viennent de naître, seuls 10 parviendront à l'âge de 8 ans.

Le graphique de la page suivante représente le nuage de points correspondant aux données du tableau.

1. Un ajustement linéaire du nuage semble-t-il justifié ?

2. On désigne par G_1 le point moyen du trois premiers points du nuage et par G_2 celui des deux derniers

a. Calculer les coordonnées de G_1 et de G_2 et tracer la droite (G_1G_2) sur le graphique.

b. Montrer que la droite (G_1G_2) admet pour équation réduite :
$y = 9,8x + 14,4$.

c. Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage et montrer qu'il appartient bien à la droite (G_1G_2).
Placer le point G sur le graphique.

3. On admet que cette droite constitue une bonne modélisation de la taille du brochet en fonction de son âge.

a. Résoudre algébriquement l'inéquation $9,8x + 14,4 > 200$. Est-il vraisemblable qu'un brochet dont la taille dépasse 200 centimètres puisse être observé ?

b. Résoudre graphiquement l'équation $9,8x + 14,4 = 100$.
En déduire l'âge d'un brochet mesurant 100 centimètres. (On donnera la valeur entière la plus proche et on laissera apparents les traits de construction).

4. On souhaite construire un tableau indiquant le nombre de brochets U_n, présents dans un lac, en fonction de leur âge n, en adoptant comme modèle une suite géométrique décroissante de raison $q = 0,565$ et de premier terme $U_0 = 1\,000$.

a. Calculer les nombres U_1 et U_2 (on donnera la valeur arrondie à l'entier le plus proche).

b. Recopier et compléter le tableau suivant dans lequel les résultats seront arrondis à l'entier le plus proche :

âge n en années	1	2	3	4	5	6	7	8	9	nombre total de brochets U_n
nombre de brochets U_n	565	319	180						6	1 291

5. On pêche un des 1 291 brochets âgés de un an et plus présents dans le lac. On suppose que tous ont la même probabilité d'être capturés

a. Pour une bonne gestion piscicole, on ne peut conserver, après capture, qu'un poisson âgé de quatre ans et plus. On capture un brochet : quelle probabilité a-t-on de pouvoir le garder ? (On donnera un résultat à un dixième près)

b. Montrer que la probabilité de capturer un poisson dont la taille est un mètre, est d'environ 5 sur 1 000.

À REMETTRE AVEC LA COPIE

Évolution de la taille d'un brochet en fonction de son âge