3 heures

∽ Baccalauréat STMG Antilles–Guyane 7 septembre 2017 ∾

La dernière page est une annexe au sujet, à rendre avec la copie.

Exercice 1 **5 points**

Les objets connectés sont des appareils reliés à Internet qui communiquent avec d'autres systèmes pour obtenir ou fournir de l'information.
Le tableau ci-dessous, extrait d'une feuille de calcul, donne une estimation du nombre d'objets connectés (en milliards) dans le monde entre les années 2011 et 2015.
Les cellules de la plage (C3 :F3) sont au format pourcentage.

	A	B	C	D	E	F
1	Année	2011	2012	2013	2014	2015
2	Nombre d'objets connectés (en milliards)	9,5	15	22	31	42
3	Taux d'évolution du nombre d'objets connectés par rapport à 2011					

Source : IDATE (Institut de l'audiovisuel et des télécommunications en Europe)

1. Parmi les quatre formules suivantes, écrire sur la copie celle qui, saisie en C3 puis recopiée à droite, permet de calculer le taux d'évolution du nombre d'objets connectés par rapport à 2011 :

   =C2/\$B2   =(\$C2-B2)/B2   =C2-\$B2/\$B2   =(C2-\$B2)/\$B2

2. Calculer le taux d'évolution en pourcentage du nombre d'objets connectés entre 2011 et 2015, arrondi au dixième.
3. Justifier que le taux moyen annuel d'évolution du nombre d'objets connectés entre 2011 et 2015 est de 45 % arrondi à 1 %.
4. Suite à l'étude de certains instituts, on suppose que le nombre d'objets connectés augmentera de 15 % par an après 2015.
   Suivant ce modèle, on note u_n le nombre d'objets connectés en milliards pour l'année $(2015+n)$ (où n est un entier naturel).
   Ainsi, $u_0 = 42$.
   a. Calculer u_1 et u_2, arrondis à l'unité.
   b. Préciser la nature de la suite (u_n).
   c. Pour tout $n \in \mathbf{N}$, exprimer u_n en fonction de n.
   d. En déduire u_5 arrondi à l'unité et interpréter cette valeur.
5. On estime que la population mondiale sera d'environ 7,75 milliards en 2020.
   Dans ces conditions et à l'aide de la question 4. d., expliquer pourquoi un être humain aura en moyenne plus de 10 objets connectés en 2020.

Exercice 2 **5 points**

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes

Dans cet exercice, tous les résultats seront arrondis au millième.
Tous les 5 ans, l'établissement INVS (Institut national de veille sanitaire) réalise une enquête sur les infections nosocomiales (infections contractées au cours d'une hospitalisation).
Lors de la dernière enquête, on a obtenu les résultats suivants :

— 53 % des personnes hospitalisées étaient âgées de 66 ans ou plus.
Parmi eux, 6,4 % ont été atteints par une infection nosocomiale.

— 6 % des personnes hospitalisées étaient âgées de 14 ans ou moins.
  Parmi eux, 2,4 % ont été atteints par une infection nosocomiale.
— Parmi les patients âgés de 15 à 65 ans, 3,7 % ont été atteints par une infection nosocomiale.

Partie A

On choisit au hasard une personne parmi celles qui ont participé à cette enquête. On considère les évènements suivants :
— E : « La personne est âgée de 0 à 14 ans »
— F : « La personne est âgée de 15 à 65 ans »
— G : « La personne est âgée de plus de 65 ans »
— N : « La personne est atteinte par une infection nosocomiale »
Pour tout évènement A, on notera $p(A)$ sa probabilité et $\overline{A}$ l'évènement contraire de A.

1. En utilisant les données de l'énoncé, compléter l'arbre de probabilités donné en annexe 1.
2. Définir par une phrase l'évènement $G \cap N$ puis calculer sa probabilité.
3. Montrer qu'une valeur approchée au millième de la probabilité de contracter une infection nosocomiale est 0,051.
4. Un lecteur de l'enquête affirme qu'un patient victime d'une infection nosocomiale a plus de trois chances sur quatre d'être une personne âgée de plus de 65 ans.
   A-t-il raison ? Justifier.

Partie B

On suppose dans cette partie que la probabilité qu'un patient soit victime d'une infection nosocomiale est $p = 0,051$.

1. Dans cette question, on choisit au hasard 50 patients ayant participé à l'enquête.
   On suppose que ce choix peut être assimilé à 50 tirages indépendants avec remise. On note X la variable aléatoire donnant le nombre de patients infectés parmi les 50 personnes choisies.
   a. On admet que X suit une loi binomiale.
   Préciser ses paramètres et son espérance.
   b. Quelle est la probabilité que, parmi les 50 personnes interrogées, trois soient atteintes par une infection nosocomiale ?
2. Dans un hôpital, 2 500 patients ont été hospitalisés lors du premier trimestre 2016.
   Parmi ces patients, 188 ont été victimes d'une infection nosocomiale lors de leur passage dans cet hôpital. Le directeur de cet établissement trouve inquiétant ces résultats.
   Déterminer un intervalle de fluctuation au seuil de 95 % du taux de patients infectés pour cet échantillon.
   Que penser des craintes du directeur ?

Exercice 3 **6 points**

Le prix du gramme d'or a subi de 2010 à 2015 de fortes variations alors que la progression entre 2005 et 2009 avait été relativement régulière.
Un expert estime que l'on peut prévoir le prix du gramme d'or dans le futur en se basant sur l'évolution de celui-ci entre 2005 et 2009.
Le tableau suivant donne l'évolution du prix moyen annuel du gramme d'or entre 2005 et 2009.

Année	2005	2006	2007	2008	2009
Rang x_i de l'année	0	1	2	3	4
Prix moyen annuel y_i du gramme d'or (en euro)	11,61	15,38	16,18	19,24	22,33

Source : INSEE

Les parties A et B sont indépendantes

Partie A

Le nuage de points associé à la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$ est représenté dans le repère donné en annexe 2.

1. À l'aide de la calculatrice, donner une équation de la droite qui réalise un ajustement affine du nuage de points de coordonnées $(x_i\ ;\ y_i)$ par la méthode des moindres carrés, en arrondissant les coefficients au centième.
2. Pour simplifier les calculs, on choisit de réaliser cet ajustement affine avec la droite D d'équation : $y = 2{,}5x + 11{,}9$.
   a. Tracer cette droite D dans le repère donné en annexe 2.
   b. Suivant ce modèle d'ajustement, calculer le prix du gramme d'or prévisible en 2015.
   Indiquer sur le graphique la vérification de ce résultat.
   c. Déterminer l'année à partir de laquelle le prix du gramme d'or dépassera 50 euros selon ce modèle.
3. Un autre expert propose un ajustement défini par l'équation $y = 0{,}01x^2 + 2{,}3x + 11$.
   Sachant que le prix moyen annuel du gramme d'or en 2015 a été de 33,81 euros, lequel des deux ajustements a été le plus proche de la réalité en 2015 ?

Partie B

Un bijoutier souhaite lancer un nouveau modèle de bijou contenant de l'or.
On admet que le coût de production de ce bijou, exprimé en millier d'euros, est modélisé par la fonction C définie par

$$C(x) = 2x^3 - 3x^2 + 3x + 15$$

où x représente le nombre de centaines de bijoux fabriqués.
On admet également que la recette, exprimée en millier d'euros, est modélisée par la fonction R définie par $R(x) = 15x$ où x représente le nombre de centaines de bijoux fabriqués et vendus.
Le nombre de bijoux fabriqués et vendus est compris entre 50 et 300 donc $x \in [0{,}5\ ;\ 3]$.

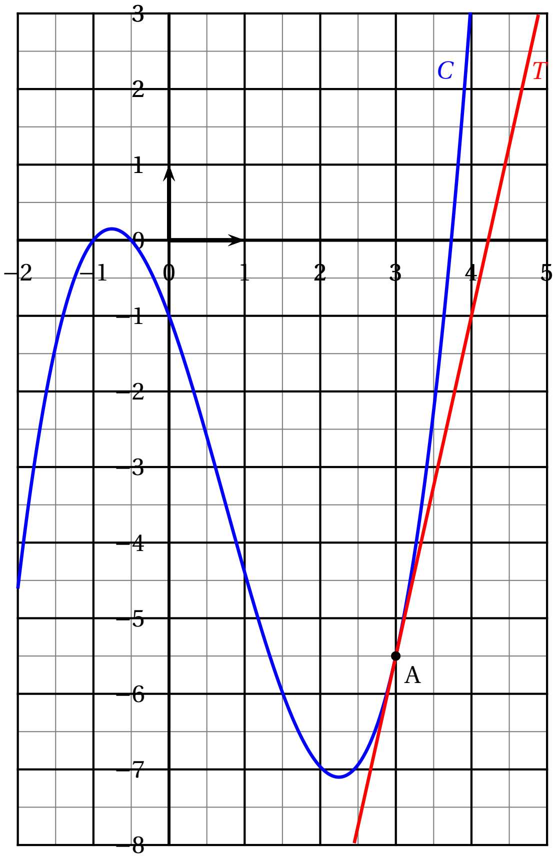
1. Montrer que la fonction bénéfice B est définie pour tout $x \in [0{,}5\ ;\ 3]$ par :
$$B(x) = -2x^3 + 3x^2 + 12x - 15.$$
2. Déterminer $B'(x)$ pour $x \in [0{,}5\ ;\ 3]$, où B' désigne la fonction dérivée de B.
3. Étudier le signe de B'(x) pour $x \in [0{,}5\ ;\ 3]$.
   En déduire le tableau de variations de B.
4. Préciser alors le nombre de bijoux fabriqués et vendus qui permet de réaliser un bénéfice maximal.

Exercice 4 **4 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM)

Pour chacune des quatre questions, une seule des quatre réponses proposées est correcte.
Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire aucun point.

1. On considère la fonction f définie sur $[-2~;~4]$ dont la courbe C est donnée ci-contre.
   La droite T est tangente à la courbe C au point A de coordonnées $(3~;~-5,5)$.
   Une équation de T est :
   a. $y = 3x - 5,5$
   b. $y = 4x - 16,5$
   c. $y = 4,5x - 19$
   d. $y = 19 - 4,5x$



2. On suppose que (u_n) est une suite arithmétique de terme initial $u_1 = 5$ et de raison 1,8.
   L'expression de u_n pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 1 est :
   a. $u_n = 5 + 1,8n$
   b. $u_n = 5 \times 1,8^{n-1}$
   c. $u_n = 4 + 1,8n$
   d. $u_n = 3,2 + 1,8n$

3. Une personne investit la somme de 1 000 euros au début de l'année 2017.
L'algorithme ci-dessous lui permet de calculer le capital disponible au début de l'année 2021.

```
Variables
        S, k
Initialisation
        Affecter à S la valeur 1 000
Traitement
        Pour k allant de 1 à 4
                Affecter à S la valeur 1,02 × S + 50
        FinPour
Sortie
        Afficher S
```

La valeur S affichée en sortie et arrondie à l'unité est :

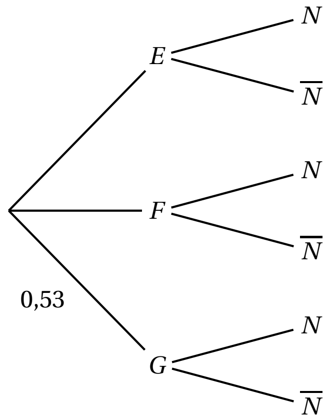
a. 1 200 **b.** 1 289 **c.** 1 214 **d.** 1 082

4. On admet que la durée de sommeil quotidienne d'un adulte est modélisée par une variable aléatoire X qui suit une loi normale d'espérance $\mu = 8$ et d'écart type σ inconnu.
On estime que la probabilité qu'un adulte dorme entre 6 heures et 10 heures est de 0,8.
La probabilité qu'un adulte dorme au plus 6 heures est :

a. 0,4 **b.** 0,8 **c.** 0,1 **d.** 0,2

Annexes à rendre avec la copie

Exercice 2 Annexe 1



Exercice 3 Annexe 2