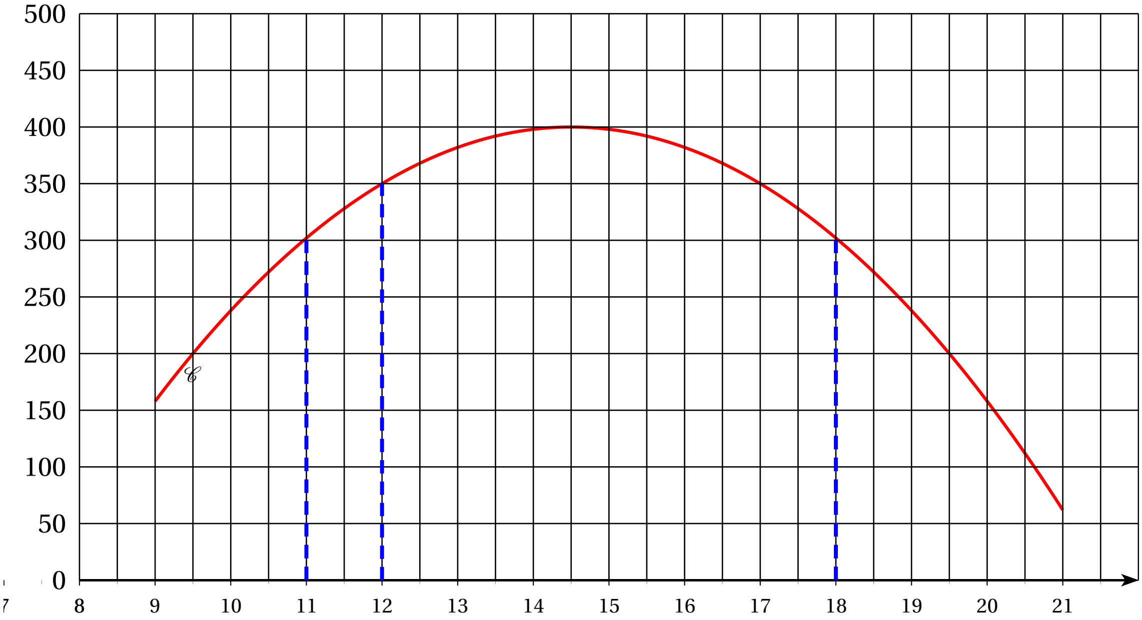
Durée : 3 heures

Correction du Baccalauréat STMG
Métropole 17 juin 2014

Exercice 1 (5 points)

La courbe $\mathscr{C}$ donnée ci-dessous représente l'évolution du nombre de visiteurs attendus durant une journée.



1. (a)

Heure de la journée	11 h	12 h
Nombre de visiteurs attendus	300	350

(b) Le taux d'évolution du nombre de visiteurs attendus entre 11 heures et 12 heures est :

$$\frac{350-300}{300} = \frac{50}{300} = \frac{1}{6} \approx \boxed{16,7\,\%}$$

2. Le nombre de visiteurs est supérieur à 300 entre 11 h et 18 h, donc le visiteur, s'il veut bénéficier d'un fond musical, doit venir **entre 11 h et 18 h**.

3. La courbe $\mathscr{C}$ ci-dessus est la représentation graphique sur l'intervalle $[9\,;\,21]$ de la fonction f définie par

$$f(x) = -8x^2 + 232x - 1\,282.$$

(a) $f(11) = 302$ donc le nombre de visiteurs attendus à 11 h est de $\boxed{302}$.
$f(12) = 350$ donc le nombre de visiteurs attendus à 12 h est de $\boxed{350}$
Une lecture graphique est imprécise, ce qui explique la petite erreur sur le nombre de visiteurs à 11 h.

(b) $f'(x) = -8 \times 2x + 232 = -16x + 232 = \boxed{8(-2x+29)}$.

(c) $f'(x) = 0$ pour $x = \frac{29}{2}$; $f'(x) \geqslant 0$ pour $x \leqslant \frac{29}{2}$ et $f'(x) \leqslant 0$ pour $x \geqslant \frac{29}{2}$.
On en déduit le tableau de variation de f :

x	9		14,5		21
$f''(x)$		+	0	−	
$f(x)$	158	↗	400	↘	62

Le maximum de visiteurs est atteint à 14 h 30 et est de 400 visiteurs.

Exercice 2 **(6 points)**

Dans une ville, on estime qu'à partir de 2013, le nombre de voitures électriques en circulation augmente de 12 % par an.
Au 1er janvier 2013, cette ville propose 148 places de parking spécifiques avec borne de recharge. La commune prévoit de créer chaque année 13 places supplémentaires.
La feuille de calcul ci-dessous doit rendre compte de ces données.

Les cellules sont au format « nombre à zéro décimale ».

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Date	1er janvier 2013	1er janvier 2014	1er janvier 2015	1er janvier 2016	1er janvier 2017	1er janvier 2018	1er janvier 2019
2	Nombre de voitures électriques	100	112					
|13	Nombre de places spécifiques	148	161					

Partie A

1. Le coefficient multiplicateur associé à une hausse de 12 % est 1,12.
   La formule à entrer en C2 est donc =B2*1.12.
2. Entre 2013 et 2016, il s'écoule trois ans ; le coefficient multiplicateur global est $C = 1.12^3 = 1,404928$.
   Le taux T correspondant est T avec $C = 1 + T$ donc $T = 0,404928$, doit environ 40,5 %.
3. Soit n un entier naturel. Le nombre de voitures électriques en circulation au 1er janvier de l'année $(2013 + n)$ est modélisé par le terme V_n d'une suite **géométrique**.
   Ainsi $V_0 = 100$.
   (a) Le coefficient multiplicateur annuel est de 1,12 donc la raison de cette suite géométrique est q=1,12.
   Pour tout n, $\boxed{V_{n+1} = 1,12V_n}$
   (b) Pour tout n, on a : $V_n = V_0 q^n$ donc $\boxed{V_n = 100 \times 1,12^n}$
   (c) On en déduit : $\boxed{V_8 \approx 248}$ et $\boxed{V_9 \approx 277}$

Partie B

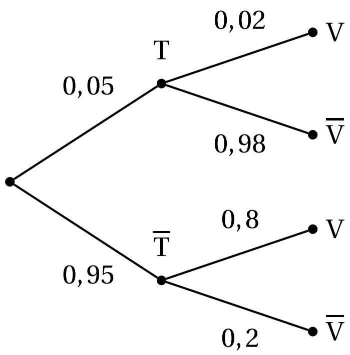
1. Le valeurs augmentent de 13 à chaque étape, donc la formule à rentrer en C3 est « =B3+13 ».
2. (a) Pour tout n, $P_{n+1} = P_n + 13$ donc la suite (P_n) est **arithmétique**, de premier terme $P_0 = 148$ et de raison $r = 13$.

   Le terme général est alors $P_n = P_0 + nr$ donc $\boxed{P_n = 148 + 13n}$.
   (b) On cherche n tel que $P_n \geqslant 250$.
   On résout donc l'équation $148 + 13n \geqslant 250$.
   Cela revient à $13n \geqslant 250 - 148 = 102$ donc $n \geqslant \dfrac{102}{13} \approx \boxed{7,8}$.
   Le nombre de places dépassera 250 au bout de 8 ans, donc en 2021.

Partie C

On cherche pour quelles valeurs de n le nombre de places spécifiques est inférieur au nombre de véhicules électriques.
On cherche donc les valeurs de n pour lesquelles $100 \times 1,12^n \geqslant 148 + 13n$.
On fait un tableau de valeurs des deux suites. On trouve $\boxed{V_9 \approx 277}$, alors que $\boxed{P_9 \approx 265}$. Le nombre de places spécifiques deviendra insuffisant en 2022.

Exercice 3 **(4 points)**

1. 

2. La probabilité de l'évènement : « Une tempête survient et Albert est vainqueur de la course »est $p(T \cap V) = p_T(V) \times p(T) = 0,02 \times 0,05 = 0,001$; $\boxed{p(T \cap V) = 0,001}$

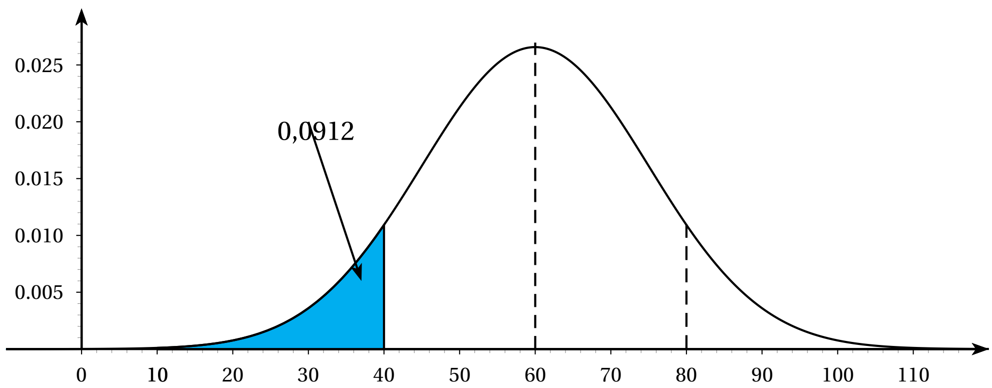
3. $V = (V \cap T) \cup (V \cap \overline{T})$ (réunion d'événements incompatibles).
Par conséquent : $p(V) = p(V \cap T) + p(V \cap \overline{T}) = 0,001 + 0,8 \times 0,95 = 0,001 + 0,76 = \boxed{0,761}$.
La probabilité qu'Albert remporte la course est 0,761.

4. $p_V(T) = \dfrac{p(T \cap V)}{p(V)} = \dfrac{0,001}{0,761} \approx \boxed{0,0013}$.
La probabilité qu'une tempête soit survenue sachant qu'Albert a gagné la course est 0,001 3 à 10^{-4} près.

Exercice 4 **(5 points)**

Partie A

Après réalisation d'une enquête, on estime que le temps en minutes, consacré quotidiennement par un élève à faire ses devoirs scolaires, est une variable aléatoire X suivant une loi normale, d'espérance 60 et d'écart type 15.
L'allure de la courbe de densité de cette loi normale est représentée ci-dessous.
L'égalité $P(X \leqslant 40) = 0,0912$ est illustrée graphiquement.



1. La courbe est symétrique par rapport à la droite d'équation $x = 60$, donc $p(X \geqslant 80) = p(X \leqslant 40) = 0,0912$.
C'est la **réponse a)**.

2. La probabilité qu'un élève consacre quotidiennement moins d'une heure à faire ses devoirs scolaires est $p(X \leqslant 60) = 0,5$ puisque la courbe est symétrique par rapport à la droite d'équation $x = 60$ et que l'aire totale sous la courbe vaut 1.
C'est la **réponse a)**

Partie B

1. Le coefficient multiplicateur global correspondant à l'évolution sur les deux années est $C = \left(1+\dfrac{20}{100}\right)\times\left(1-\dfrac{25}{100}\right) = 1,2\times 0,75 = 0,9$.
   Le taux correspondant est T avec $C = 1+T$ donc $T = C-1 = -0,1 = -10\,\%$.
   Il s'agit de la **réponse b)**.
2. Soit t le taux moyen annuel entre 2011 et 2013. le coefficient multiplicateur correspondant est $(1+t)^2$.
   On en déduit $(1+t)^2 = 0,9$ donc $1+t = \sqrt{0,9}$ et $t = \sqrt{0,9}-1 \approx -0,0513 \approx -5,1\,\%$.
   C'est la **réponse c)**.

Partie C

Un intervalle de confiance, au niveau de confiance 95 %, est $I = \left[f-\dfrac{1}{\sqrt{n}}\,;\,f+\dfrac{1}{\sqrt{n}}\right]$.

Ici, $f = \dfrac{27}{100} = 0,27$; $n = 100$.

On en déduit : $\boxed{I = [0,17\,;\,0,37]}$.

C'est la **réponse c)**