∽ Baccalauréat STMG Polynésie 15 juin 2015 ∾

Durée : 3 heures

EXERCICE 1 **6 points**

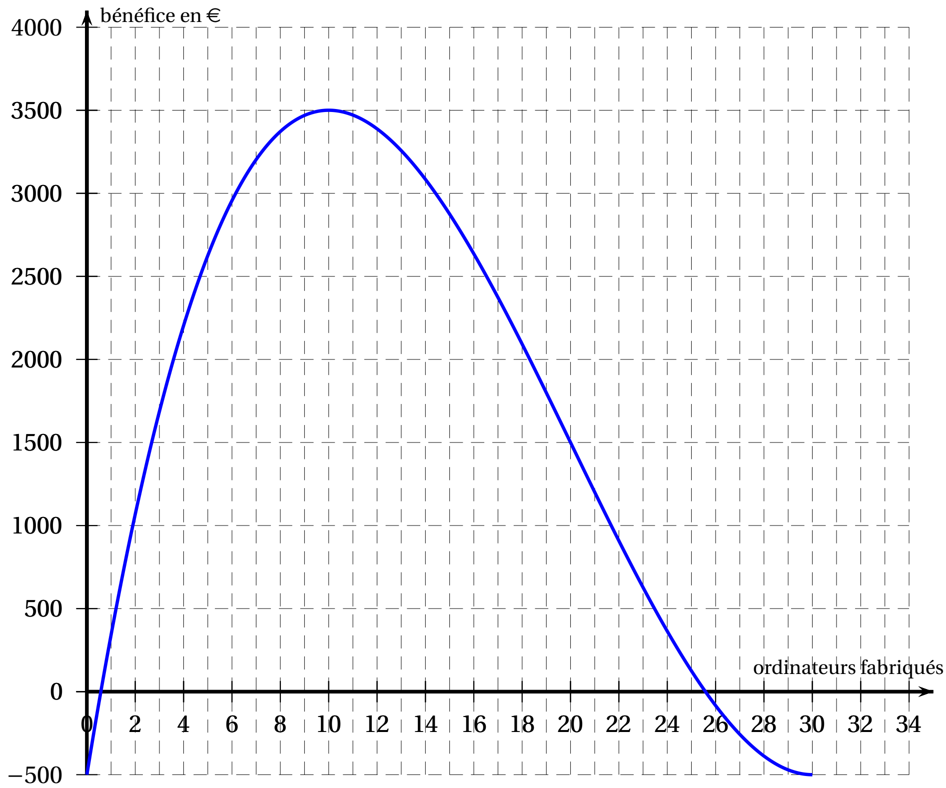
Une entreprise, qui fabrique et vend des ordinateurs sur commande, modélise le bénéfice en euros pour x ordinateurs fabriqués et vendus en une journée, par la fonction :

$$f(x) = x^3 - 60x^2 + 900x - 500.$$

L'entreprise ne pouvant construire plus de 30 ordinateurs par jour, on aura $0 \leqslant x \leqslant 30$.

1. **a.** Calculer le bénéfice pour 4 puis pour 10 ordinateurs.
   b. Calculer $f'(x)$, où f' désigne la fonction dérivée de f.
   c. Dresser, après avoir étudié le signe de f', le tableau de variation de f.
   d. En déduire combien d'ordinateurs l'entreprise doit fabriquer et vendre chaque jour pour avoir un bénéfice maximal. Donner ce bénéfice.

2. La courbe $\mathscr{C}$ donnée ci-dessous représente l'évolution du bénéfice en fonction du nombre d'ordinateurs fabriqués et vendus en une journée suivant le modèle choisi par l'entreprise.



   a. Par lecture graphique, déterminer combien l'entreprise doit fabriquer et vendre d'ordinateurs en une journée si elle veut un bénéfice d'au moins 2 500 €.
   b. Une grande surface veut acheter des ordinateurs. Elle propose au choix deux contrats à cette entreprise :
   - contrat A : acheter 300 ordinateurs à fabriquer en dix jours ;
   - contrat B : acheter 100 ordinateurs à fabriquer en cinq jours.

Quel contrat l'entreprise a-t-elle intérêt à choisir ? (Justifier votre réponse).*

EXERCICE 2 **6 points**

Les deux parties de cet exercice peuvent être traitées de manière indépendante.

On s'intéresse aux évolutions décennales (par période de 10 ans) du P. I. B. en France de 1950 à 2010.

Années	1950	1960	1970	1980	1990	2000	2010
rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6
P. I. B. en milliards d'euros y_i	15,5	47,0	126,1	453,2	1 058,6	1 485,3	1 998,5

Source : Comptes nationaux - Base 2010, Insee

Partie A :

1. Dans le graphique **en annexe à rendre avec la copie**, représenter le nuage de points de coordonnées $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ pour i variant de 0 à 6.
2. Donner une équation de la droite d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés en se limitant à la période 1970–2010.
3. On ajuste l'ensemble du nuage avec la droite (D) d'équation $y = 478x - 886$.

   Tracer cette droite sur le graphique **en annexe à rendre avec la copie**.
4. On se propose d'ajuster ce nuage de points par la parabole, tracée sur le graphique en annexe, d'équation $y = 56x^2 + 12,6x - 25$.

   Donner une estimation du P. I. B. en 2020 par la méthode qui vous semble la plus adaptée.

Partie B :

1. Calculer le taux d'évolution du P. I. B. de 2000 à 2010 arrondi au dixième.
2. Calculer le taux d'évolution annuel moyen du P. I. B. pour cette même période arrondi au dixième.
3. Pour savoir dans quelle décennie il y a eu la plus forte évolution, on utilise une feuille de calcul d'un tableur. On calcule les coefficients multiplicateurs pour chacune des évolutions.

	A	B	C
1	Année	P. I. B.	coefficient
2	1950	15,5	
3	1960	47,0	3,032 258 06
4	1970	126,1	2,682 978 72
5	1980	453,2	3,593 973 04
6	1990	1 058,6	2,335 834 07
7	2000	1485,3	1,403 079 54
8	2010	1 998,5	

   a. Donner une formule qui, saisie dans la cellule C3 puis recopiée vers le bas, permet d'obtenir les valeurs de la colonne C.

   b. Calculer le coefficient multiplicateur manquant en C8.

   c. Quelle décennie a donc vu la plus forte évolution du P. I. B. ?*

EXERCICE 3 **4 points**

Les deux parties de cet exercice peuvent être traitées de manière indépendante.

Partie A :

On a prouvé qu'une des origines d'une maladie était génétique. On estime que 0,1 % de la population est porteur du gène en cause. Lorsqu'un individu est porteur du gène, on estime à $0,8$ la probabilité qu'il développe la maladie. Mais s'il n'est pas porteur du gène il y a tout de même une probabilité de $0,01$ qu'il développe la maladie.
Lorsqu'un individu est choisi au hasard dans la population, on considère les évènements suivants :

- G : « le patient est porteur du gène »
- M : « le patient développe la maladie »

1. En utilisant les données, compléter l'arbre qui se trouve **en annexe à rendre avec la copie**.
2. Quelle est la probabilité de l'évènement « le patient est porteur du gène et il développe la maladie » ?
3. Sachant qu'il a développé la maladie, quelle est la probabilité à 0,000 1 près qu'il soit porteur du gène ?

Partie B :

Un laboratoire pharmaceutique fabrique un traitement préventif pour éviter la survenue de cette maladie. Il avertit que 30 % des patients traités auront des effets secondaires.
Plusieurs études sont réalisées par différents médecins et des patients volontaires pour vérifier les estimations du laboratoire. Les médecins sont invités à rentrer leurs données dans un logiciel qui utilise l'algorithme ci-contre :

1. Un médecin a traité 150 patients ; parmi ceux -ci, 40 ont eu des effets secondaires.

   Quel sera le résultat affiché par ce logiciel ?
2. Pour un autre, sur 200 patients, 75 ont eu des effets secondaires.

   Qu'affichera alors le logiciel ?
3. Que représente dans cet algorithme l'intervalle $[a\ ;\ b]$?

Variables :
  n, s sont des entiers
  a, b sont des nombres réels
Entrée :
  Afficher « Entrer le nombre de patients traités »
  Saisir n
  Afficher « Entrer le nombre de patients ayant eu des effets secondaires »
  Saisir s
Traitement :
  a prend la valeur $0,3 - \frac{1}{\sqrt{n}}$
  b prend la valeur $0,3 + \frac{1}{\sqrt{n}}$
    Si $a \leqslant \frac{s}{n} \leqslant b$
      Alors afficher : « résultats conformes »
      Sinon afficher : « résultats non conformes »
    Fin Si

*

EXERCICE 4 **4 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Pour chaque question, une seule des trois réponses proposées est correcte.
Indiquer sur votre copie le numéro de la question ainsi que la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Une réponse juste rapporte 1 point ; une réponse fausse, une réponse multiple ou une absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.

1. La suite (U_n) est géométrique de premier terme $U_0 = 10$ et de raison $q = 3$, alors :

a. $U_4 = 22$ **b.** $U_4 = 810$ **c.** $U_4 = 10 \times 3^3$ **d.** $U_4 = 10 + 3 \times 4$

2. La suite (V_n) est arithmétique de premier terme $V_0 = 0$ et de raison $r = 5$ alors la somme $V_0 + V_1 + \cdots + V_{10}$ est égale à :

a. 0 **b.** 50 **c.** 250 **d.** 275

Une ville a décidé d'augmenter de 10 % ses logements sociaux chaque année. En 2012 elle avait 150 logements sociaux. Pour tout entier n, on note a_n le nombre de logements sociaux dans cette ville en $(2012 + n)$. On a donc $a_0 = 150$.

3. On aura alors :

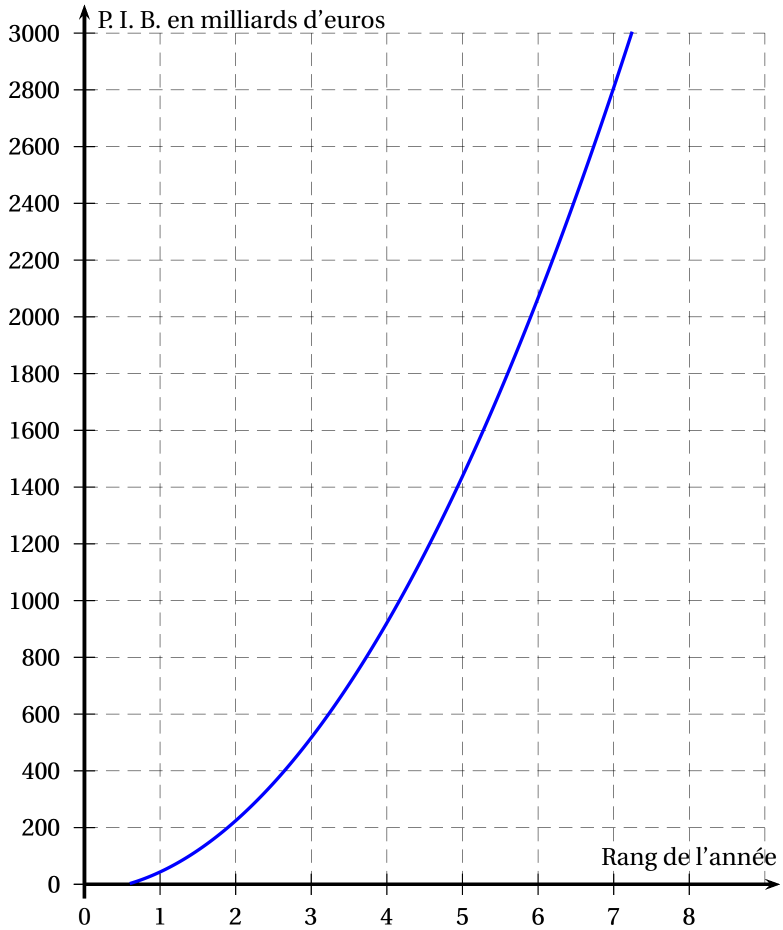
a. $a_1 = 135$ **b.** $a_3 = 180$ **c.** $a_3 = 195$ **d.** $a_n = 150 \times 1,10^n$

4. La ville souhaite au moins doubler le nombre de ses logements sociaux. Cet objectif sera dépassé en :

a. 2015 **b.** 2017 **c.** 2020 **d.** 2022

Annexe à rendre avec la copie

Exercice 2



Exercice 3