∽ Baccalauréat STMG Polynésie 19 juin 2018 ∾

EXERCICE 1 **4 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple.
Pour chaque affirmation, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Recopier sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est attendue.
Une réponse correcte rapporte un point, une réponse incorrecte ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

Une espèce d'oiseaux rares voit sa population diminuer de 3 % chaque année.
On recense 300 oiseaux de cette espèce en 2017.
On modélise le nombre d'oiseaux de cette espèce en l'année $2017 + n$ par une suite (u_n).
Ainsi $u_0 = 300$.

1. En 2018, la population sera de :

A. 291 oiseaux **B.** 297 oiseaux **C.** 90 oiseaux **D.** 210 oiseaux

2. La suite (u_n) est :

A. arithmétique de raison -9 **B.** géométrique de raison $0,03$
C. géométrique de raison $0,97$ **D.** ni arithmétique, ni géométrique

3. On donne la feuille de tableur ci-dessous :

	A	B
1	n	$u(n)$
2	0	300
3	1	
4	2	

Quelle formule saisie dans la cellule B3 permettra d'afficher les termes successifs de la suite (u_n) en l'étirant vers le bas ?

A. = B2 $-0,03$ **B.** = B2 $*0,03$ **C.** = B2 $*$ 0,97^A3 **D.** = B2 $*0,97$

4. On donne un extrait des résultats obtenus dans la feuille de tableur précédente :

	A	B
22	20	163
23	21	158
24	22	153
25	23	149

On peut en déduire que la population aura diminué de moitié par rapport à 2017 à partir de :

A. 2039 **B.** 2040 **C.** 2041 **D.** 2042

EXERCICE 2 **3 points**

On choisit au hasard un salarié dans une première entreprise. On modélise l'âge du salarié par une variable aléatoire X qui suit la loi normale d'espérance 40 et d'écart type 5.
Si besoin, on arrondira les probabilités à 10^{-2}.

1. Calculer la probabilité que le salarié ait entre 35 et 50 ans.
2. Calculer la probabilité de l'évènement $(X \geqslant 45)$.
3. Dans une deuxième entreprise, on choisit un salarié. L'âge du salarié choisi est modélisé par une variable aléatoire Y suivant une loi normale telle que $P(Y \geqslant 45) = 0,5$ et

   $P(37 \leqslant Y \leqslant 53) \approx 0,95$.

   Déterminer les valeurs de l'espérance μ et de l'écart type σ de la loi normale suivie par Y.

EXERCICE 3 **5 points**

Le tableau ci-dessous donne le nombre de catastrophes naturelles dans le monde en 1955, 1966, 1977, 1988 et 1999 :

Année	1955	1966	1977	1988	1999
Rang de l'année x_i	0	11	22	33	44
Nombre de catastrophes naturelles y_i	30	81	140	237	414

Source : https ://www.notre-planete.info

1. Dans le repère fourni en annexe (à rendre avec la copie), représenter le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ associé au tableau précédent.
2. **a.** À l'aide de votre calculatrice, déterminer une équation de la droite d'ajustement de y en x par la méthode des moindres carrés. La tracer sur le graphique fourni en annexe.

   b. En se servant de cet ajustement, estimer le nombre de catastrophes naturelles ayant eu lieu en 1990.
3. De 1999 à 2000 on a enregistré une augmentation de 27 % du nombre de catastrophes naturelles.

   Combien de catastrophes naturelles l'année 2000 a-t-elle comptées ?
4. De 2000 à 2016, le nombre de catastrophes naturelles a diminué de 43,5 %.

   Déterminer le taux d'évolution annuel moyen sur cette période.

EXERCICE 4 **8 points**

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

Partie A

Dans le pays Écoland, en 2080, les véhicules roulent exclusivement à l'électricité ou aux biocarburants. Par ailleurs, il existe des véhicules sans chauffeur.
70 % des véhicules sont avec chauffeur. Parmi eux, $\dfrac{4}{7}$ roulent aux biocarburants et les autres roulent à l'électricité.
30 % des véhicules sont sans chauffeur. Parmi eux, $\dfrac{2}{3}$ roulent aux biocarburants et les autres roulent à l'électricité.
On choisit un véhicule de ce pays au hasard et on note :

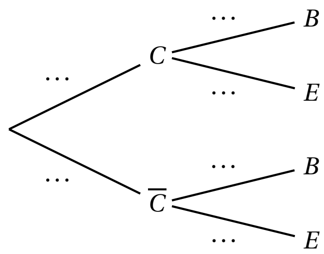
C l'évènement : « le véhicule est avec chauffeur » ;

B l'évènement : « le véhicule roule aux biocarburants » ;

E l'évènement : « le véhicule roule à l'électricité ».

Les probabilités seront exprimées en valeur exacte (fraction irréductible ou forme décimale).

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-dessous permettant de modéliser la situation :



où $\overline{C}$ désigne l'évènement contraire de C.

2. Déterminer la probabilité que le véhicule choisi roule aux biocarburants.

3. On suppose que le véhicule choisi roule aux biocarburants.
Déterminer la probabilité que ce soit un véhicule sans chauffeur.

Partie B

On s'intéresse à la consommation d'un véhicule roulant aux biocarburants en fonction de la vitesse de ce véhicule.
Cette consommation est modélisée par la fonction f définie sur $[30\,;\,130]$ par :

$$f(x) = \frac{8x^2 - 800x + 30\,000}{x^2} \quad \text{pour } x \text{ dans } [30\,;\,130]$$

où x est exprimé en km/h et $f(x)$ est exprimé en litres pour 100 km.

1. Suivant ce modèle, lorsque le véhicule roule à 30 km/h, quelle est sa consommation ?
Et lorsqu'il roule à 50 km/h ?

2. Montrer que la dérivée f' de f sur $[30\,;\,130]$ peut s'écrire $f'(x) = \dfrac{800x - 60\,000}{x^3}$.

3. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $[30\,;\,130]$ et en déduire le tableau de variations de f sur cet intervalle.

4. Pour quelle vitesse la consommation est-elle minimale ?
Que vaut alors cette consommation (arrondir à 0,01 près) ?

5. On considère l'algorithme ci-dessous :

$x \leftarrow 30$
$y \leftarrow \dfrac{44}{3}$
Tant que $y \geqslant 4$
    $x \leftarrow x + 1$
    $y \leftarrow \dfrac{8x^2 - 800x + 30\,000}{x^2}$
Fin Tant que

Quelle est la valeur de la variable x à la fin de l'exécution de l'algorithme ? En donner une interprétation dans le contexte de l'exercice.

Annexe à l'exercice 3

À rendre avec la copie