Baccalauréat STT ACC - ACA Centres étrangers juin 2000

Exercice 1 **10 points**

Partie A

Le tableau suivant donne l'évolution de la population de la ville A de 1960 à 1995 :

Année	1960	1965	1970	1975	1980	1985	1990	1995
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
Population y_i (en milliers d'habitants)	149	157,5	170	174	177	191	198,5	207

1. Représenter le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans un repère orthogonal d'unités graphiques : 2 cm pour l'unité en abscisse, 1 cm pour 5 unités en ordonnée en partant de 140.
2. Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage de points.
3. Construire la droite D_1 d'équation $y = 8x + 150$ et la droite D_2 d'équation $y = 10x + 143$.
   Vérifier par le calcul que ces deux droites passent par le point G.
4. Laquelle de ces deux droites ajuste au mieux le nuage de points ?
   En utilisant la droite choisie, quelle population peut-on prévoir pour l'année 2000 ?

Partie B

Tous les 5 ans, on effectue un relevé de la population d'une ville B. En 1970, ce relevé a donné 125 milliers d'habitants ; les relevés suivants montrent une augmentation régulière de 3 %.
Soit R_n, la valeur (en milliers d'habitants) du relevé de rang n ($R_0 = 125$ en 1970, R_1 relevé en 1975 etc.).

1. Calculer R_1, R_2 et R_3 (arrondir à 10^{-1} près).
2. Exprimer R_{n+1} en fonction de R_n. En déduire la nature de la suite (R_n) ; on précisera le premier terme et la raison.
3. Exprimer R_n en fonction de n.
4. Si cette évolution se poursuit, quelle population peut-on prévoir pour l'an 2000 ?
   Donner une valeur approchée en milliers d'habitants à 10^{-1}, près de cette population.
5. En utilisant la calculatrice, déterminer le rang du relevé pour lequel la population dépasse 163 milliers d'habitants. En déduire l'année correspondante.

Exercice 2 **10 points**

Partie A

Un artisan fabrique des objets en bois qu'il propose ensuite aux touristes de passage. Pour chaque semaine, il estime que le coût de production de x objets est donné par :

$$C(x) = x^2 + 60x + 121, \quad x \text{ étant compris entre 1et 30.}$$

Le coût moyen de production d'un objet est donné par $f(x) = \dfrac{C(x)}{x}$ où x appartient à $[1\ ;\ 30]$.

1. Montrer que $f(x) = x + 60 + \dfrac{121}{x}$.

2. Montrer que $f'(x) = \dfrac{(x-11)(x+11)}{x^2}$.

3. Étudier le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variations de f sur l'intervalle [1 ; 30].

4. Reproduire et compléter le tableau de valeurs ci-dessous : on arrondira à 10^{-1} près.

x	1	2	4	8	11	15	20	25	30
$f(x)$						83,1		89,8	

5. Construire la courbe représentative de f dans le repère orthogonal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$; unités graphiques : 1 cm pour 2 objets sur l'axe des abscisses, 1 cm pour 10 F sur l'axe des ordonnées.

Partie B

L'artisan vend chaque objet 110 F.

1. Montrer que le bénéfice réalisé après la fabrication et la vente de x objets est donné par :

$$B(x) = -x^2 + 50x - 121 \quad \text{où } x \text{ est pris dans } [1 ; 30].$$

2. Calculer $B'(x)$ et étudier son signe.

3. Dresser le tableau de variations de la fonction B et en déduire le nombre d'objets à fabriquer et à vendre pour faire un bénéfice maximal. Donner ce bénéfice maximal.