

Baccalauréat STT ACC - ACA Métropole juin 2001

Exercice 1

8 points

En 1997, 2 500 personnes ont acheté, chacune, un télévision et certaines d'entre elles ont souscrit en même temps une assurance. Celle-ci couvre la totalité des dépenses liées à d'éventuelles pannes pouvant survenir dans les trois années suivant la date d'achat.

En 2000, une enquête auprès de tous ces acheteurs fournit les résultats suivants :

- 125 téléviseurs ont eu exactement une panne ; 52 % des propriétaires de ces télévisions ont souscrit à l'assurance.
- 75 téléviseurs ont eu exactement deux pannes ; 48 % des propriétaires de ces télévisions n'ont pas souscrit à l'assurance.
- Aucun téléviseur n'a eu plus de deux pannes.
- Parmi les propriétaires des télévisions qui n'ont eu aucune panne, 40 % ont souscrit à l'assurance.

1. **a.** Montrer que 65 téléviseurs assurés ont eu exactement une panne.
- b.** Montrer que 920 téléviseurs assurés n'ont eu aucune panne.
- c.** Reproduire puis compléter le tableau suivant :

	Nombre de téléviseurs ayant subi une seule panne	Nombre de téléviseurs ayant subi deux pannes	Nombre de téléviseurs n'ayant subi aucune panne	Totaux
Nombre de téléviseurs assurés				
Nombre de téléviseurs non assurés				
Totaux	125	75		2 500

Toutes les probabilités demandées dans les questions 2 et 3 seront données sous forme décimale exacte.

2. On téléphone, au hasard, à un des 2 500 propriétaires des téléviseurs, sans connaître les réponses fournies lors de l'enquête. Soient A et B les événements suivants :
 - A : « Le propriétaire a souscrit une assurance »
 - B : « Le poste du propriétaire a subi exactement deux pannes ».
 - a.** Calculer la probabilité de A, notée $p(A)$; calculer la probabilité de B, notée $p(B)$.
 - b.** Décrire, à l'aide d'une phrase, l'évènement : $A \cap B$. Calculer la probabilité de cet évènement.
 - c.** Dédire des questions précédentes la probabilité de l'évènement : $A \cup B$.
3.
 - a.** Déterminer le nombre de propriétaires de téléviseurs n'ayant pas eu de réparation à payer pendant les trois années, pour maintenir le poste en état de marche.
 - b.** Dédire de la question 1 **a** la probabilité $p(C)$ de l'évènement C : « Le propriétaire contacté par téléphone n'a pas eu de réparation à payer pendant les trois années pour maintenir son poste en état de marche ».
4. On téléphone maintenant au hasard, à l'un des propriétaires parmi ceux ayant souscrit une assurance lors de l'achat de leur téléviseur.
 - a.** Combien de propriétaires sont susceptibles d'être contactés ?
 - b.** Déterminer, dans ce cas, la probabilité notée $p'(D)$, de l'évènement D : « Le propriétaire contacté reconnaît que l'assurance souscrite lui a été utile ». On donnera le résultat en arrondissant à 0,01 près.

- c. Traduire le résultat précédent par une phrase, en terme de pourcentage.

Exercice 2

12 points

Une entreprise fabrique des machines-outils. Ses capacités de production, sur un an, sont telles qu'elle peut fabriquer entre 20 et 80 machines. Soit x le nombre des machines fabriquées annuellement. Les représentations graphiques, données en annexe, sont celles de deux fonctions C et B , définies toutes deux sur l'intervalle $[20; 80]$. Pour tout x entier naturel, $C(x)$ est le coût de production unitaire, exprimé en francs, $B(x)$ est le bénéfice, exprimé en francs.

Il est à remarquer que l'axe des abscisses est commun aux deux représentations, mais que deux axes des ordonnées sont utilisés, l'un de ceux-ci sert à la lecture de $C(x)$ et il est gradué en milliers de francs, l'autre sert à la lecture de $B(x)$ et il est aussi gradué en milliers de francs.

Partie A. Lectures graphiques

1.
 - a. Quel est le coût de production unitaire lorsque 25 machines sont produites ? lorsque 70 machines sont produites ?
 - b. Quelles productions correspondent à un coût unitaire de 32 500 francs ?
 - c. Quel est le coût unitaire de production minimum ? À quelle production correspond-il ?
2.
 - a. Quelles productions assurent un bénéfice supérieur ou égal à 350 000 francs ?
 - b. Quelle production assure un bénéfice maximum ? Quel est ce bénéfice ?
 - c. Quel bénéfice est obtenu lorsque la production vise le coût unitaire minimum ?

Partie B. Études de fonctions.

En fait la fonction C représentée en annexe est telle que, pour tout x de l'intervalle $[20; 80]$,

$$C(x) = 400x + \frac{490000}{x}.$$

1. Calculer $C'(x)$ où C' est la fonction dérivée de C .
Montrer que $C'(x) = \frac{400}{x^2}(x+35)(x-35)$.
2. Étudier le signe de $C'(x)$ sur l'intervalle $[20; 80]$. Construire le tableau de variation de C .
3. Comparer les résultats obtenus à la question 1. c. de la partie A, avec ceux fournis dans le tableau de variation précédent.
4.
 - a. Montrer que le coût total de production de x machines-outils, appelé $C_T(x)$ et exprimé en francs, est égal à $400x^2 + 490000$.
 - b. Le prix de vente de chaque machine-outil est de 40 000 francs. Montrer que la fonction B représentée en annexe, est en fait définie sur l'intervalle $[20; 80]$ par :

$$B(x) = -400x^2 + 40000x - 490000.$$

- c. Calculer $B'(x)$ où B' est la fonction dérivée de B . Étudier le signe de $B'(x)$ sur l'intervalle $[20; 80]$. Construire le tableau de variations de B .
Comparer les résultats obtenus à la question 2. b. de la partie A, avec ceux fournis par le tableau de variations précédent.

- d.** Le chef d'entreprise décide de produire 50 machines-outils par an. Calculer le bénéfice réalisé par machine produite. Quel serait ce bénéfice par machine, si le chef d'entreprise décidait de produire seulement 35 machines-outils ?

Le bénéfice maximal pour l'entreprise et le bénéfice maximal par machine sont-ils obtenus pour la même production ?

ANNEXE

