Baccalauréat STT ACC - ACA Métropole septembre 2001

Exercice 1 **9 points**

A - Vente de billets à un guichet
Parmi les billets vendus dans une gare, on distingue trois catégories A, B et C :

A : billets individuels	B : billets famille	C : billets groupes

D'autre part, deux types de destinations sont recensés :

destination française	destination internationale

Une étude statistique sur 1 000 billets vendus a donné les renseignements suivants :

- 35 % des billets sont vendus pour des destinations internationales. Dans cette catégorie, la moitié est constituée de billets individuels.
- La catégorie B représente 30 % du total des ventes et 2/3 des billets de cette catégorie sont à destination française.
- Dans la catégorie C, le nombre de billets internationaux vendus est le triple de celui des billets à destination française.

1. Montrer que sur 1 000 billets vendus, le nombre de « billets famille à destination française » est égal à 200.

2. Recopier et compléter le tableau suivant en utilisant les renseignements précédents :

Destinations \ Catégories	A	B	C	Total
française	425	200		
internationale				
Total				1 000

3. On choisit au hasard un billet vendu. Soit les évènements

- E : « le billet choisi est individuel »
- F : « le billet choisi est à destination française »
- G : « le billet choisi est un billet à destination française de la catégorie A ».

a. Comment s'exprime G en fonction de E et de F ?

b. Calculer les probabilités notées $p(\mathrm{E})$, $p(\mathrm{F})$, $p(\mathrm{G})$, $p(\mathrm{E} \cup \mathrm{F})$ des évènements E, F, G, $\mathrm{E} \cup \mathrm{F}$.

c. Quelle est la probabilité d'obtenir un billet n'appartenant pas à la classification « billet famille à destination française » ?

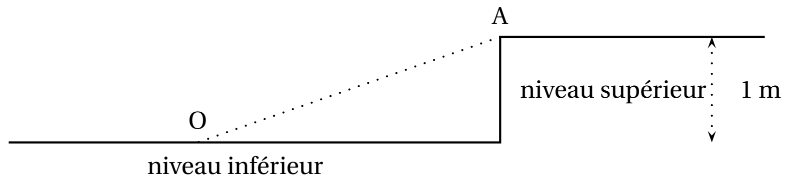
B - Évolution de la fréquentation

La fréquentation normale est de 1 000 acheteurs de billets par journée. Au début d'une période de vacances, on prévoit que la fréquentation augmentera, cinq fois de suite, de 8 % par journée avant de se stabiliser.
La direction estime qu'un guichet ne peut s'occuper que de 200 acheteurs, au maximum, par journée.
Pour rendre le meilleur service à la clientèle, la direction prévoit en fonction de l'affluence de la journée d'ouvrir autant de guichets que nécessaire dès le début de la journée. Elle s'appuie sur le tableau suivant, où la première augmentation de la fréquentation se produit lorsque l'on passe de la journée 1 à la journée 2.
Recopier et compléter (sur les 7 premiers jours de l'évolution) le tableau ci-dessous :

Nº de la journée	1	2	3	4	5	6	7
Fréquentation (en arrondissant à l'entier le plus proche)	1 000						
Nombre de guichets à ouvrir	5						

Problème **11 points**

Dans un hôpital, deux parties sont à des niveaux différents, le dénivelé étant de un mètre. On désire créer une rampe d'accès reliant les deux plates-formes.
On écarte la solution la plus simple schématisée ci-dessous qui consisterait à relier les deux niveaux par une rampe au profil rectiligne.



En effet, cette solution est rejetée car les raccordements aux extrémités sont jugés trop brutaux et peuvent engendrer des ennuis par le transport des patients et pour les matériels.
Un bureau d'études propose une solution dont le profil est donné par une fonction du troisième degré.
On choisit le repère orthonormé $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ dans lequel le point A a pour coordonnées $(4\,;\,1)$. (On prendra comme unité graphique 4 cm.)
On propose comme courbe répondant au problème la courbe $\mathscr{C}$ d'équation :

$$y = -\frac{1}{32}x^3 + \frac{3}{16}x^2,$$

avec x appartenant à l'intervalle $[0\,;\,4]$.

1. Vérifier que les points O et A sont situés sur la courbe $\mathscr{C}$.
2. Soit f la fonction, représentée par $\mathscr{C}$, définie sur $[0\,;\,4]$ par

$$f(x) = -\frac{1}{32}x^3 + \frac{3}{16}x^2.$$

   a. Calculer la dérivée f' de f. Montrer que :

$$f'(x) = -\frac{3}{32}x(x-4).$$

   b. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $[0\,;\,4]$ et donner le tableau de variations de f.

3. **a.** Calculer $f'(4)$.
   Donner une interprétation graphique de ce résultat.

   b. Calculer le coefficient directeur de la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ à l'origine. Montrer que la tangente en O est l'axe des abscisses.

4. Recopier et compléter le tableau suivant. On arrondira les valeurs au centième.

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
$f(x)$		0,04		0,32				0,96	
en cm		0,16		1,28				3,84	

5. Tracer la courbe $\mathscr{C}$ représentative de f et les tangentes en O et en A. (On rappelle que l'unité graphique est 4 cm.)

6. Monter que, pour le point I de la courbe $\mathscr{C}$ d'abscisse 2, la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ a pour coefficient directeur 0,375. *Dans le repère orthonormé, ce nombre est aussi appelé pente.*

   Construire soigneusement cette tangente sur le graphique.

7. En utilisant la question précédente, quelle est la pente p de la tangente à la courbe au point I, exprimée en pourcentage ?