Baccalauréat STT C.G.–I.G. Métropole juin 2000

Exercice 1 **5 points**

Le tableau ci-dessous indique la vente journalière, en milliers d'exemplaires, d'un grand quotidien français entre les années 1989 et 1998 :

Année	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Vente moyenne y_i (en milliers)	287	303	334	357	371	387	407	420	431	444

1. Construire dans un repère orthogonal, le nuage de points $M\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ associé à ce tableau statistique.
On prendra comme unités : en abscisse : 1 cm pour une année, en ordonnée : 1 cm pour 10 milliers de journaux en commençant à 250 milliers.

2. **a.** Calculer les coordonnées du point moyen G_1, associé aux 5 premiers points du nuage, et placer G_1, sur le graphique.

b. Calculer les coordonnées du point moyen G_2 associé aux 5 derniers points, et placer G_2 sur le graphique.

c. Déterminer une équation de la droite $(\mathrm{G}_1\mathrm{G}_2)$.

3. On admet qu'une équation de $(\mathrm{G}_1\mathrm{G}_2)$ est $y = 17,5x + 278$ et on suppose que l'évolution des ventes suivra le même rythme dans les années à venir.

a. En utilisant l'équation de $(\mathrm{G}_1\mathrm{G}_2)$, estimer à 1 000 unités près, le nombre de journaux qui seront vendus quotidiennement pour l'année 2000.

b. Graphiquement, estimer à partir de quelle année la vente quotidienne sera supérieure à 500 000 exemplaires.

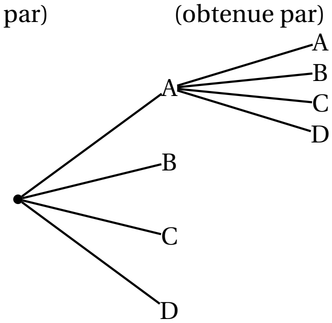
Exercice 2 **5 points**

En ce dimanche midi de début d'année, A, B, C et D souhaitent tirer les rois. Pour cela, ils disposent de 2 galettes (une frangipane et une brioche) qui contiennent chacune une fève. Ils décident de couper les deux gâteaux en 4 parties égales et de manger tous une part de chaque galette. A, C sont des filles ; B, D sont des garçons.

1. On s'intéresse à la répartition des fèves.

a. Recopier et compléter l'arbre ci-dessous :

Fève de la brioche (obtenue par) Fève de la frangipane (obtenue par)



b. Combien y a-t-il de résultats possibles pour la répartition des 2 fèves ?

c. En supposant que les tirages sont équiprobables, déterminer la probabilité des évènements ci-dessous :
E : « A a au moins une fève » ;
F : « A n'a pas de fève » ;
G : « Aucun garçon n'a obtenu de fève » ;
H : « Les deux fèves ont été obtenues par la même personne ».

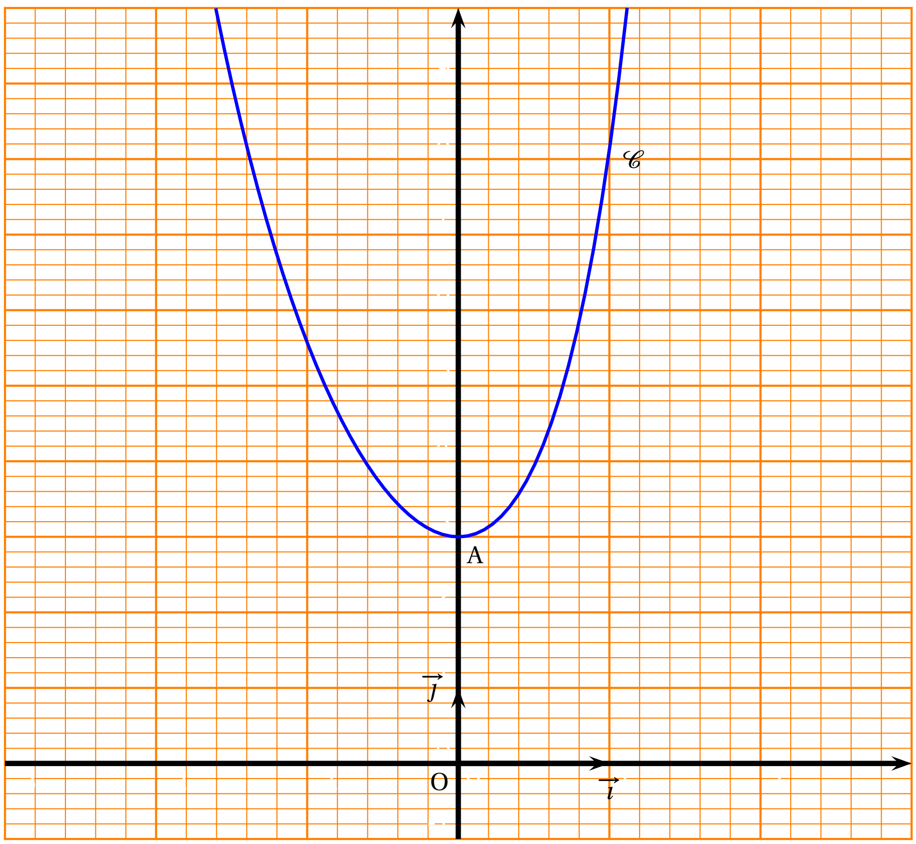
2. Sachant que la fève de la brioche a été obtenue par une fille, déterminer la probabilité de l'évènement :
   I : « La fève de la frangipane est obtenue par B ».

Problème **10 points**

Partie A. Lecture graphique

Le plan est muni d'un repère orthonormal $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 1 cm. La courbe $\mathscr{C}$ représentée ci-dessous représente une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = a\mathrm{e}^{2x} + b\mathrm{e}^{-x} \quad \text{où } a \text{ et } b \text{ sont deux réels à déterminer.}$$



On sait que $\mathscr{C}$ passe par A(0 ; 3) et qu'en ce point, la courbe admet une tangente parallèle à l'axe des abscisses.

1. À l'aide du graphique, déterminer le signe de $f(x)$ sur $\mathbb{R}$.
2. Donner le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 6$ et un encadrement de chacune de ces solutions par deux entiers consécutifs.
3. En justifiant brièvement, résoudre graphiquement
   a. l'équation $f'(x) = 0$;
   b. l'inéquation $f'(x) \leqslant 0$, f' désigne la fonction dérivée de f.

Partie B. Détermination des réels a et b

1. Calculer l'expression de $f'(x)$ en fonction des réels a et b.
2. Lire sur le graphique $f(0)$ et $f'(0)$.

3. En déduire un système de 2 équations à 2 inconnues. Calculer les valeurs de a et de b.

Partie C : étude d'une fonction et calcul d'une aire

On suppose que f est définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \mathrm{e}^{2x} + 2\mathrm{e}^{-x}$$

et que la courbe $\mathscr{C}$ donnée dans la **partie A**, est effectivement sa représentation graphique.

1. Déterminer en justifiant :
   a. la limite de f en $+\infty$.
   b. la limite de f en $-\infty$.
2. **a.** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $\mathrm{e}^{3x} - 1 > 0$.
   b. Montrer que $f'(x) = 2\mathrm{e}^{-x}\left(\mathrm{e}^{3x} - 1\right)$.
   c. En déduire le signe de $f'(x)$.
   d. En déduire les variations de f et dresser son tableau de variations.
3. **a.** Calculer une primitive de f.
   b. Montrer que :

$$\int_0^{\ln 2} f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{5}{2}.$$