

∞ **Baccalauréat STT C.G.–I.G. Métropole** ∞
septembre 1999

Exercice 1

5 points

Pour décorer sa vitrine de Noël, un commerçant a besoin d'au moins 50 boules multicolores, d'au moins 12 guirlandes et d'au moins 26 mètres de tissu argenté.

Deux grossistes proposent :

- l'un, le lot A constitué de 10 boules multicolores, 3 guirlandes, 8 mètres de tissu argenté, pour une somme de 165 francs ;
- l'autre, le lot B constitué de 20 boules multicolores, 4 guirlandes, 2 mètres de tissu argenté, pour une somme de 110 francs.

Le but de l'exercice est de déterminer le nombre x de lots A et le nombre y de lots B que le commerçant doit acheter pour que la dépense soit minimale.

1. Déterminer un système d'inéquations portant sur x et y traduisant les contraintes du problème.
2. On se place dans le plan rapporté à un repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) (unité 2 cm).

Déterminer graphiquement l'ensemble des points $M(x; y)$ tels que :

$$\begin{cases} x & \geq 0 \\ y & \geq 0 \\ x + 2y & \geq 5 \\ 3x + 4y & \geq 12 \\ 4x + y & \geq 13 \end{cases}$$

On hachurera la partie du plan ne convenant pas.

3. a. Exprimer en fonction de x et y la dépense D occasionnée par l'achat de x lots A et y lots B.
- b. Tracer dans le plan la droite Δ correspondant à une dépense D de 880 francs.
- c. Déterminer graphiquement le nombre x_0 de lots A et le nombre y_0 de lots B pour lesquels la dépense est minimale.
Calculer cette dépense minimale.

Exercice 2

5 points

Une entreprise fabrique des vêtements. Dans le tableau suivant, on a indiqué pour les sept premiers mois de l'année 1998 la production journalière moyenne de pulls.

Mois	Janvier	Février	Mars	Avril	Mai	Juin	Juillet
Rang x_i du mois	1	2	3	4	5	6	7
Production journalière y_i	2 000	2 100	2 600	2 650	2 700	3 000	3 150

La direction devra fermer l'atelier de fabrication des pulls si la production journalière moyenne n'atteint pas 3 500 pulls pour la fin de l'année 1998.

On considère le nuage des points $M_i(x_i; y_i)$ associé au tableau ci-dessus, relativement à un repère orthogonal (O, \vec{i}, \vec{j}) .

On prendra les unités suivantes :

- en abscisse : 1 cm par rang de mois ;
- en ordonnée : 1 cm pour 200 pulls produits.

1. a. Représenter ce nuage dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .

- b. Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage et le placer dans ce repère.
2.
 - a. Calculer les coordonnées du point moyen G_1 associé aux quatre premiers points du tableau, puis celles du point moyen G_2 associé aux trois derniers points.
 - b. Déterminer une équation de la droite (G_1G_2) et la tracer.
3. On admet que la droite (G_1G_2) réalise un ajustement convenable du nuage.
 - a. Déterminer par calcul la production journalière moyenne de pulls en décembre 1998.
 - b. Comment peut-on retrouver graphiquement ce résultat ?
4. L'atelier de fabrication des pulls a-t-il été fermé fin 1998 ? Justifier votre réponse.

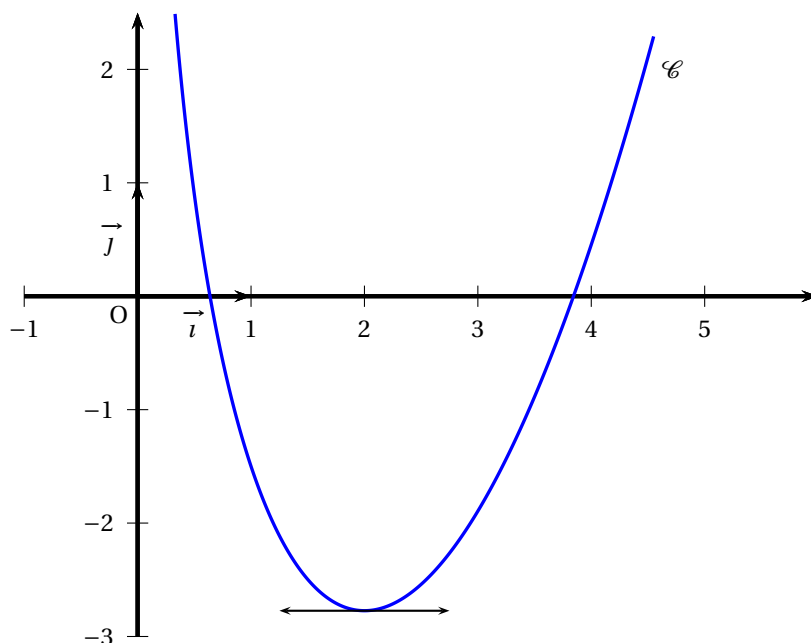
Problème**10 points**

Le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) est orthonormal (unité 2 cm).

On note \mathcal{C} la courbe représentative de la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2 - 4\ln x$$

La courbe \mathcal{C} est présentée ci-dessous.

**Partie A**

Au moyen du graphique ci-dessus, répondre aux questions suivantes :

1.
 - a. Justifier l'affirmation suivante :
« l'équation $f(x) = 0$ possède deux solutions α et β . ($\alpha < \beta$) ».
 - b. Donner un encadrement de chacune de ces solutions par deux entiers consécutifs.
2.
 - a. Résoudre l'inéquation $f(x) < 0$.
 - b. Résoudre l'inéquation $f'(x) > 0$.

Partie B

1. a. Calculer : $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.
- b. Vérifier que pour tout x de $]0; +\infty[$

$$f(x) = x^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{x^2} - 4 \frac{\ln x}{x^2} \right).$$

Calculer alors : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

2. a. Calculer $f'(x)$.
- b. Établir le tableau de variations de f . (On calculera la valeur exacte du minimum).
3. Déterminer une équation de la tangente à \mathcal{C} au point d'abscisse 1.
4. Reproduire et compléter le tableau suivant. On donnera des valeurs décimales approchées de $f(x)$ à 0,01 près.

x	0,4	0,9	0,5	0,6	0,7	0,8
$f(x)$						

En déduire un encadrement de α d'amplitude 0,1.

Partie C

1. On considère la fonction F définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$F(x) = \frac{1}{6}x^3 + 2x - 4x \ln x.$$

Montrer que F est une primitive de f .

2. Soit $A = \int_4^5 f(x) dx$.
 - a. Donner la valeur exacte de A .
 - b. En déduire une valeur décimale approchée à 0,01 près de l'aire, en cm^2 , de la portion de plan comprise entre \mathcal{C} , l'axe des abscisses et les droite d'équations $x = 4$ et $x = 5$.