∾ Baccalauréat STT C.G. – G.I. Pondichéry ∾
avril 2000

Exercice 1 **5 points**

Les probabilités seront données sous forme de fractions irréductibles.

Dans le cadre d'une campagne de sensibilisation sur le tri des ordures ménagères, une enquête a été menée auprès de 400 personnes d'une ville, réparties de la manière suivante :

— moins de 35 ans : 25 % ;
— entre 35 et 50 ans : 40 % ;
— plus de 50 ans : 35 %.

À la question : « Triez-vous le verre et le papier ? », 80 personnes de moins de 35 ans ont répondu « oui », 70 % des personnes de plus de 50 ans ont répondu « non » et 45 % des personnes interrogées ont répondu « oui ».

1. À l'aide de ces informations, recopier et compléter le tableau suivant en explicitant les calculs intermédiaires :

	Moins de 35 ans	Entre 35 et 50 ans	Plus de 50 ans	Total
La réponse est **oui**				
La réponse est **non**				
Total				

2. On choisit au hasard une personne parmi celles qui ont été interrogées. Les choix sont équiprobables.

a. Quelle est la probabilité p_1 que la personne choisie ait répondu « oui » ?

b. Quelle est la probabilité p_2 que la personne choisie ait entre 35 et 50 ans et qu'elle ait répondu « non » ?

c. Quelle est la probabilité p_3 que la personne choisie ait moins de 50 ans et qu'elle ait répondu « oui » ?

3. On choisit à présent au hasard une personne parmi celles ayant répondu « oui ».

Quelle est la probabilité p_4 que cette personne ait moins de 35 ans ?

Exercice 2 **5 points**

Un exploitant forestier dispose d'une parcelle de 40 ha sur laquelle il souhaite planter deux essences de résineux : des pins sylvestres et des douglas.
Cependant pour des considérations de nature de terrain et d'orientation, il ne pourra pas planter plus de 30 ha de douglas.
Pour les pins sylvestres il doit dépenser 1,20 F par pied et pour les douglas 1,50 F par pied. On plante en moyenne 2 000 pins sylvestres par ha, alors que pour les douglas il faut compter 1 200 pieds par ha. Enfin il dispose d'un budget maximum de 90 000 F.
On note x le nombre d'hectares de pins sylvestres et y le nombre d'hectares de pins douglas plantés sur cette parcelle.

1. a. Déterminer un système d'inéquations portant sur x et y traduisant les conditions du problème.

b. Montrer que les contraintes du problème sont traduites par le système suivant :

$$\left\{\begin{array}{lcl} x & \geqslant & 0 \\ y & \geqslant & 0 \\ y & \leqslant & 30 \\ x+y & \leqslant & 40 \\ 4x+3y & \leqslant & 150 \end{array}\right.$$

2. À tout couple $(x\ ;\ y)$ on associe un point M de coordonnées $(x\ ;\ y)$ dans un repère orthonormal $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$. (1 cm pour 4 ha).

Déterminer graphiquement l'ensemble des points M dont les coordonnées vérifient les contraintes. (On hachurera la zone ne convenant pas).

3. Compte tenu des prix actuels, cet exploitant peut espérer obtenir 150 000 F par ha de pins sylvestres et 300 000 F par ha pour les douglas.

a. Exprimer, en fonction de x et y, la recette R que cet exploitant pourrait tirer de la parcelle.

On obtient ainsi une équation de la droite Δ_R

b. Tracer sur le même graphique la droite Δ_R correspondant à une recette de 4 500 000 F.

c. Expliquer comment, grâce au graphique, on peut trouver le couple $(x_0\ ;\ y_0)$ pour lequel la recette R est maximale.

d. Par une étude graphique, trouver ce couple $\left(x_0\ ;\ y_0\right)$ et conclure sur le meilleur choix des surfaces à planter en pins sylvestres et en douglas.

Problème **10 points**

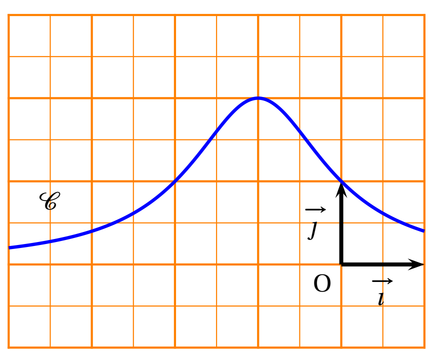
Le plan est rapporté à un repère orthonormal $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 2 cm.
On désigne par I l'intervalle $[-4\ ;\ 1]$. Toutes les représentations graphiques se feront dans ce repère.

Partie A

On considère la fonction f définie sur I par

$$f(x) = \frac{2}{(x+1)^2+1}.$$

Résoudre dans I l'inéquation $f(x) \leqslant 2$, d'inconnue x. En déduire que 2 est le maximum de f sur I
On donne sur le graphique ci-contre la courbe représentative de f, notée $\mathscr{C}$, dans le repère $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.



Partie B

On considère la fonction g définie sur I par $g(x) = \text{e}^{x+1} - x$, et on note Γ sa courbe représentative dans $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.

1. Résoudre dans I l'inéquation : $\text{e}^{x+1} - 1 > 0$, d'inconnue x.

2. Calculer $g'(x)$.
En déduire le sens de variation de la fonction g.

3. Déterminer une équation de la tangente à Γ au point d'abscisse 0.
4. Représenter Γ.
5. Déterminer les primitives de g sur I.

Partie C

1. Déduire des deux études précédentes (partie A et partie B) que $g(x) \geqslant f(x)$ pour tout réel x de I.
2. On considère les intégrales

$$\mathrm{A}_1 = \int_{-4}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x \quad \text{et} \quad \mathrm{A}_2 = \int_{-4}^{1} g(x)\,\mathrm{d}x$$

   a. Calculer A_2.

   b. Comparer A_1 et A_2 sans calculer A_1.