

🌀 Baccalauréat STT C.G. – I.G. Nouvelle-Calédonie 🌀
décembre 2000

Exercice 1

6 points

Dans un supermarché, le responsable de la cafétéria souhaite ajuster le nombre de repas préparés chaque jour, à la fréquentation du magasin.

Pour cela, il a fait faire une enquête qui a duré 10 jours. Chaque jour, les enquêteurs ont déterminé le nombre de clients entrant dans le magasin, exclusivement entre 10 heures et 11 heures, ainsi que le nombre exact de repas servis à la cafétéria ce midi-là.

On note x_i le nombre de clients comptabilisés et y_i le nombre de repas servis à la cafétéria le jour de rang i .

L'ensemble des résultats est donné dans le tableau suivant :

Rang i du jour	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nombre x_i de clients comptés entre 10h et 11 h	820	280	910	440	750	510	900	250	800	310
Nombre y_i de repas servis à midi	400	207	480	323	370	290	505	175	450	180

1. Représenter sur un graphique le nuage de points $M_i(x_i ; y_i)$ associé à la série statistique à deux variables $(x_i ; y_i)$.
En abscisse, 2 cm représenteront 100 clients et, en ordonnée, 2 cm représenteront 100 repas servis.
2. **a.** Pendant ces 10 jours, quel fut le nombre moyen de clients entrant dans le magasin entre 10 heures et 11 heures ?
b. Sur la période de l'étude, combien de repas ont été servis en moyenne par jour ?
c. Placer le point moyen G du nuage.
3. On veut envisager un ajustement linéaire de la série.
a. Calculer les coordonnées de G_1 , point moyen associé aux cinq points :

$$M_2 ; M_4 ; M_6 ; M_8 \text{ et } M_{10}.$$

Calculer ensuite les coordonnées de G_2 , point moyen associé aux cinq points :

$$M_1 ; M_3 ; M_5 ; M_7 \text{ et } M_9.$$

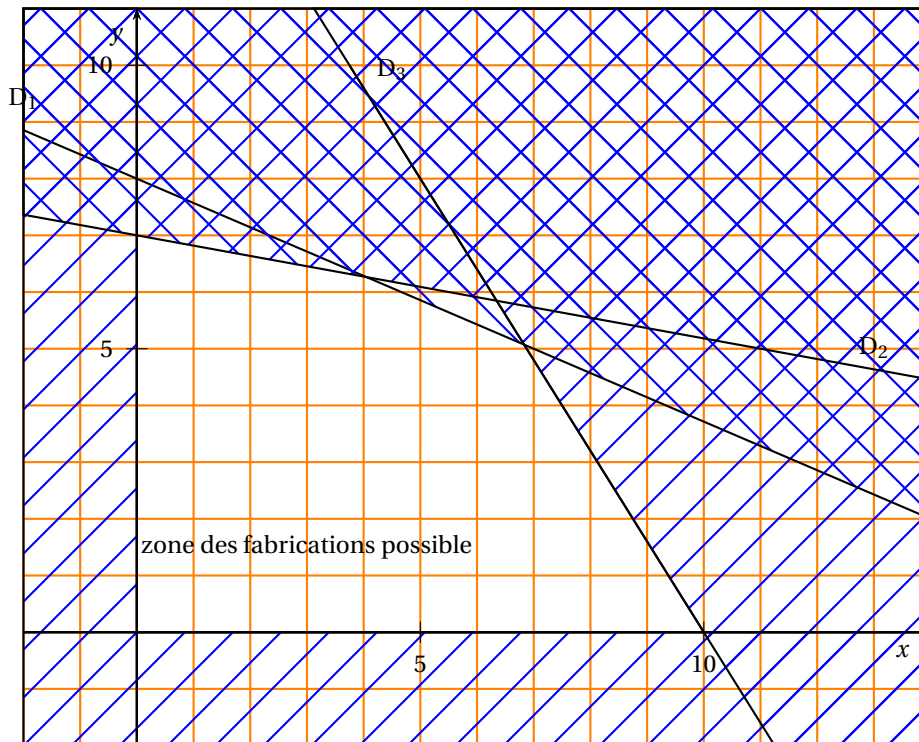
- b.** Tracer la droite (G_1G_2) sur le graphique précédent. Déterminer, sous la forme $y = mx + p$, une équation de la droite (G_1G_2) .
Les valeurs de m et p seront arrondies à 10^{-2} près par défaut.
4. Un jour, entre 10 heures et 11 heures, le responsable de la cafétéria a compté 700 personnes qui entraient dans le supermarché. Par lecture graphique, estimer combien de repas seront servis à midi ce jour.
5. Le directeur du supermarché souhaite augmenter la capacité d'accueil du magasin. Pour des raisons pratiques, la cafétéria ne peut servir plus de 800 repas.
Par le calcul, estimer alors à partir de quel nombre de clients comptabilisés dans la tranche horaire de 10 heures à 11 heures, la cafétéria risque d'être saturée. Expliquer.

Exercice 2**6 points**

Un artisan fabrique des objets décoratifs selon deux modèles (A) ou (B). Il cherche à optimiser sa production. Pour cela, il fait une étude en fonction de contraintes qu'il a identifiées. Il en donne une représentation graphique avec le schéma ci-après à rendre avec la copie (les solutions correspondent aux points de coordonnées entières de la zone non hachurée, frontières comprises).

Le nombre d'objets du modèle (A) est noté x ; le nombre d'objets du modèle (B) est noté y .

1. La réalisation d'un objet du modèle (A) nécessite 150 francs de matière première. Celle d'un objet du modèle (B) en nécessite 350 francs. Pour une bonne gestion de son entreprise, la dépense journalière en matière première doit rester inférieure à 2 800 francs. Traduire cette contrainte par une inéquation. Quelle droite du schéma est la frontière du demi-plan correspondant ? Justifier.
2. La fabrication d'un objet du modèle (A) prend 48 minutes tandis que celle d'un objet du modèle (B) prend 30 minutes. L'artisan dispose de 8 heures de travail maximum par journée. Traduire cette contrainte par une inéquation. Quelle droite du schéma est la frontière du demi-plan correspondant ? Justifier.
3. Sur chaque objet du modèle (A) vendu, il réalise un bénéfice de 108 F. Sur chaque objet du modèle (B) vendu, il réalise un bénéfice de 90 F.
 - a. Exprimer, en fonction de x et de y le bénéfice journalier b qu'il peut réaliser.
 - b. Tracer, sur la feuille annexe, la droite Δ_{756} qui, correspond à un bénéfice journalier de 756 F. (On suppose que l'artisan vend toute sa production.) Déterminer graphiquement toutes les solutions qui conduisent à réaliser ce bénéfice de 756 F.
4. L'artisan souhaite réaliser un bénéfice maximum. Pour cela, déterminer graphiquement le nombre d'objets du modèle (A) et le nombre d'objets du modèle (B) qu'il doit réaliser (et vendre) chaque jour. Expliquer la méthode utilisée.
Quel sera ce bénéfice maximum ?

**Problème****8 points**

Soit f la fonction définie sur $[-1 ; +\infty[$ par

$$f(x) = x + \frac{1}{2} + 2e^{-x}.$$

\mathcal{C} est la courbe représentative de f dans un repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) (unité graphique : 2 cm).

Étude de f et tracé de la courbe représentative de f

1. Étudier la limite de f en $+\infty$.
2. Vérifier que, pour tout x de $[-1 ; +\infty[$: $f'(x) = \frac{e^x - 2}{e^x}$.
3. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $[-1 ; +\infty[$.
Dresser le tableau de variations de f .
4. a. Montrer que la droite Δ d'équation $y = x + \frac{1}{2}$ est asymptote oblique à la courbe représentative de f .
b. Étudier la position respective de la courbe \mathcal{C} et de l'asymptote Δ .
5. Tracer la courbe \mathcal{C} et la droite Δ .

Calcul d'une aire

1. Déterminer une primitive de f sur $[-1 ; +\infty[$.
2. En déduire l'aire exacte, en cm^2 , de la portion de plan comprise entre \mathcal{C} , l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 0$ et $x = 2$.
On donnera une valeur décimale, arrondie à 10^{-2} près par excès, de cette aire.