Baccalauréat STT C.G. - I.G. Polynésie juin 2000

Exercice 1 **5 points**

L'entreprise « BOJOUET » assure la distribution de jeux et de jouets chez des détaillants spécialisés.
L'évolution du chiffre d'affaires annuel (en milliers de francs) de 1994 à 1999 est donnée par le tableau suivant :

Année	1994	1995	1996	1997	1998	1999
Rang x_i	1	2	3	4	5	6
Chiffre d'affaires y_i	830	980	1 100	1 225	1 375	1 480

1. Représenter le nuage de points M_i de coordonnées $(x_i\ ;\ y_i)$ dans le plan rapporté à un repère orthogonal :
   - 1 cm représente une année sur l'axe des abscisses ;
   - 1 cm représente 50 milliers de francs sur l'axe des ordonnées et on commencera la graduation sur cet axe à 800 milliers de francs.
2. **a.** Calculer les coordonnées du point moyen G_1 associé aux trois premières années du tableau, puis celles du point moyen G_2 associé aux trois dernières années.

   b. Déterminer par un calcul une équation de la droite (G_1G_2).
   Tracer cette droite sur le graphique précédent.
3. En utilisant la droite (G_1G_2), déterminer graphiquement (on fera apparaître les tracés correspondants) :

   a. une estimation du chiffre d'affaires de l'entreprise en l'an 2000 ;

   b. à partir de quelle année le chiffre d'affaires dépasserait pour la première fois deux millions de francs.

Exercice 2 **4 points**

Les 1 200 étudiants d'un campus universitaire ont été questionnés sur deux de leurs activités de loisirs. Certains de ces étudiants participent à un atelier de création artistique : atelier de chant choral ou atelier de danse contemporaine.
L'enquête a révélé que :

- 5 % des étudiants pratiquent le chant choral ;
- parmi les étudiants pratiquant le chant choral, 15 % pratiquent la danse contemporaine ;
- parmi les étudiants qui ne pratiquent pas le chant choral, 60 % ne pratiquent pas la danse contemporaine.

On donnera les probabilités demandées sous forme décimale arrondie à 10^{-2}.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant :

Nombre d'étudiants du campus :	pratiquant le chant choral	ne pratiquant pas le chant choral	Total
pratiquant la danse contemporaine			
ne pratiquant pas la danse contemporaine			
Total			200

2. On interroge un étudiant du campus, pris au hasard.

a. Calculer la probabilité qu'il pratique la danse contemporaine.
b. Calculer la probabilité qu'il ne participe à aucun atelier de création artistique.
c. Calculer la probabilité qu'il pratique la danse contemporaine ou le chant choral.

3. On interroge au hasard un étudiant du campus qui pratique la danse contemporaine.
Quelle est la probabilité qu'il pratique le chant choral ?

Problème **11 points**

Soit f la fonction définie sur $[1\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{x^2}{2}\left(\frac{3}{2} - \ln x\right).$$

On désigne par $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ (unité graphique : 1 cm).

Partie A - étude de f et tracé de $\mathscr{C}$

1. Déterminer $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} f(x)$.

a. Calculer $f'(x)$ et vérifier que $f'(x)$ peut s'écrire sous la forme :

$$f'(x) = x(1 - \ln x).$$

b. Résoudre dans $[1\,;\,+\infty[$ l'inéquation : $1 - \ln x > 0$.
En déduire le signe de $f'(x)$ sur $[1\,;\,+\infty[$.

c. Dresser le tableau de variations de f sur $[1\,;\,+\infty[$.

2. Reproduire et compléter le tableau ci-dessous : on donnera des valeurs décimales arrondies à 10^{-2} près.

x	1	2	3	4	5	6	7
$f(x)$							

3. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 1.

4. a. Résoudre dans $[1\,;\,+\infty[$ l'équation $f(x) = 0$.

b. En déduire les coordonnées du point D, point d'intersection de la courbe $\mathscr{C}$ et de l'axe des abscisses $\left(\text{O}\,;\,\vec{\imath}\right)$.

5. Tracer la tangente T et la courbe $\mathscr{C}$. (Faire apparaître le point D.)

Partie B - Calcul d'aire

1. Soit G la fonction définie sur $[1\,;\,+\infty[$ par :

$$G(x) = \frac{1}{3}x^3\left(\ln x - \frac{1}{3}\right).$$

Montrer que G est une primitive de la fonction g définie par : $g(x) = x^2 \ln x$.

2. En remarquant que $f(x)$ peut s'écrire $f(x) = \dfrac{3}{4}x^2 - \dfrac{1}{2}g(x)$, en déduire une primitive F de f sur $[1\,;\,+\infty[$.

3. Déterminer l'aire , en cm^2, de la région délimitée sur le graphique par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses $\left(\text{O}\,;\,\vec{\imath}\right)$ et les droites d'équations : $x = 1$ et $x = \text{e}$.
(On donnera la valeur exacte de cette aire, puis sa valeur décimale arrondie à 10^{-2}).