Baccalauréat STT C.G.-I.G. Sportifs de haut niveau octobre 1999

Exercice 1 **4 points**

Deux joueurs possèdent chacun un sac contenant trois pions de couleurs différentes : un noir, un blanc, et un rouge. Le premier joueur pose devant lui un pion tiré au hasard dans son sac, puis le second joueur effectue le même geste.
Un joueur gagne s'il est seul à avoir posé un pion noir.

1. On note N_1, B_1, R_1 les pions respectivement noir, blanc et rouge du premier joueur, et de même N_2, B_2, R_2 ceux du second joueur.

   Décrire par un arbre tous les résultats possibles de ce jeu, en indiquant pour chacun d'eux le gagnant éventuel.
2. En utilisant cet arbre, déterminer les probabilités de chacun des évènements :

   A : « Aucun joueur ne gagne » ;

   B : « Le second joueur gagne » ;

   C : « Le premier joueur pose son pion noir et il ne gagne pas ».
3. Le premier joueur a posé son pion noir devant lui ; quelle est la probabilité qu'il gagne ?

Exercice 2 **5 points**

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation

$$x^2 + 203x - 410 = 0.$$

2. Dans un supermarché, le chef du rayon électricité effectue son bilan trimestriel. Au mois d'octobre, son chiffre d'affaires est de 20 000 F.

   a. Au mois de novembre, le chiffre d'affaires, noté $N(x)$, est en hausse de x % par rapport à celui du mois d'octobre.

   Exprimer $N(x)$ en fonction de x.

   b. Le chiffre d'affaires du mois de décembre, que l'on note $D(x)$, a été en augmentation de $(x+3)$ % par rapport à celui du mois de novembre.

   Exprimer $D(x)$ en fonction de $N(x)$, puis vérifier que

$$D(x) = 20600 + 406x + 2x^2.$$

   c. On sait qu'au mois de décembre le chiffre d'affaires est de 21 420 F. Utiliser la question **1.** pour trouver x et en déduire les taux d'augmentation respectifs des chiffres d'affaires entre octobre et novembre, et entre novembre et décembre.

3. Si les chiffres d'affaires avaient subi une même augmentation de t % entre octobre et novembre, et entre novembre et décembre, quelle valeur approchée à 10^{-3} près par défaut faudrait-il donner à t pour que le chiffre d'affaires de décembre soit aussi de 21 420 F, celui d'octobre étant toujours de 20 000 F ?

Problème **11 points**

La figure ci-après comporte, dans le repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 2 cm, la courbe $\mathscr{C}$ et la droite Δ.

Partie A

La courbe $\mathscr{C}$ est celle d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.
On admet que la limite de f en $+\infty$ est $+\infty$.
On admet aussi que la droite Δ est asymptote à $\mathscr{C}$ en $-\infty$

1. Donner une équation de la droite Δ sous la forme : $y = mx + p$.
2. Donner, en justifiant, la limite de f en $-\infty$.
3. Dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.
4. Déterminer graphiquement une valeur approchée à 10^{-1} près de chacune des solutions de l'équation $f(x) = 0$.

   On placera sur la courbe $\mathscr{C}$ donnée les points A et B ayant permis cette résolution graphique.

Partie B

On admet que la fonction f est définie sur par

$$f(x) = \mathrm{e}^x - x - 2.$$

1. Déterminer une primitive F de f sur $\mathbb{R}$. -
2. **a.** Calculer la valeur exacte de $\displaystyle\int_{-3}^{-2} f(x)\,\mathrm{d}x$, puis en donner une valeur approchée à 10^{-1} près.

   b. Faire apparaître sur la figure ci-dessous, et commenter, l'interprétation graphique de cette intégrale.

Partie C

Soit la fonction g définie sur un intervalle I de $\mathbb{R}$ par

$$g(x) = ax + \ln(x + b),$$

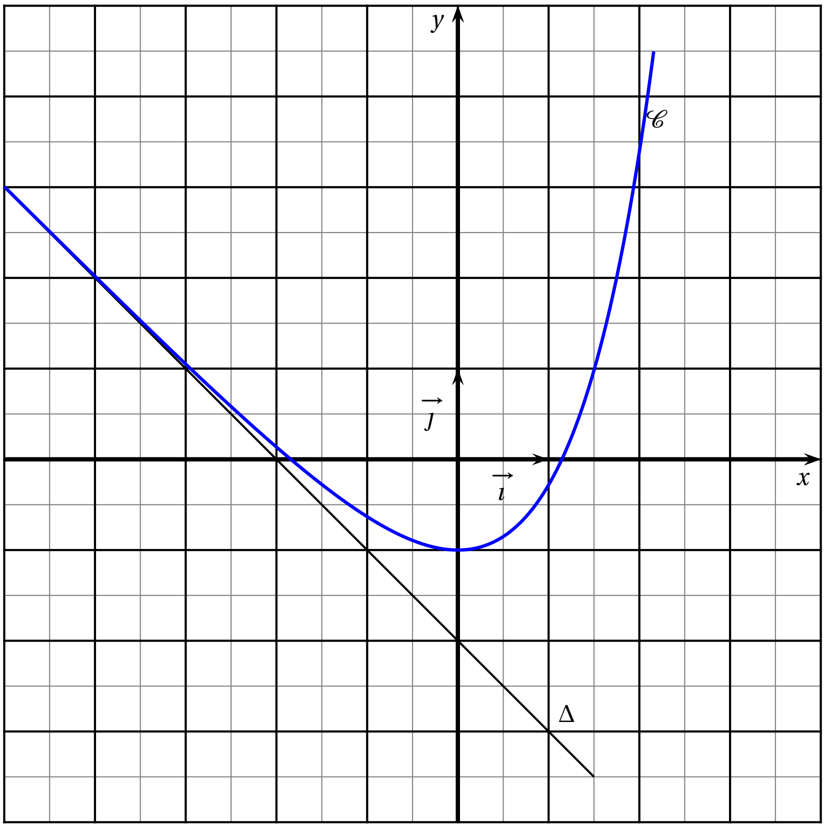
a et b étant deux nombres réels que l'on veut déterminer. Soit $\mathscr{C}'$ sa courbe représentative dans le repère orthonormal $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ de la figure ci-dessous.

1. Sachant que la courbe $\mathscr{C}'$ passe par les points $\mathrm{E}(0~;~\ln 2)$ et $\mathrm{F}(-1~;~1)$, montrer que les réel a et b sont respectivement -1 et 2.
2. On sait désormais que la fonction g est définie sur l'intervalle $\mathrm{I} =]-2~;~+\infty[$ et on admet que la limite de g en $+\infty$ est $-\infty$.

   Déterminer la limite de $g(x)$ quand x tend vers -2 . Interpréter graphiquement ce résultat.
3. Calculer $g'(x)$ où g' désigne la dérivée de g sur l'intervalle $]-2~;~+\infty[$.

   Étudier le signe de $g'(x)$ puis établir le tableau de variations de g sur $]-2~;~+\infty[$
4. Montrer que tout réel strictement supérieur à -2 vérifiant $f(x) = 0$ est aussi solution de l'équation $g(x) = 0$.

   Interpréter ce résultat pour la courbe $\mathscr{C}'$.
5. Tracer la courbe $\mathscr{C}'$ en faisant apparaître tous les renseignements obtenus dans les questions ci-dessus.



y
𝒞
$\vec{\jmath}$
$\vec{\imath}$
x
Δ