

∞ Baccalauréat STT A.C.A. - A.C.C. Antilles-Guyane ∞
juin 2003

EXERCICE 1

8 points

Le 5 janvier 2002, on se trouvait en période de transition pour le passage à l'euro, c'est-à-dire qu'on avait le choix entre les euros et les francs pour régler les achats en liquide.

Ce jour-là, sur requête d'un organisme de sondage, la direction d'un supermarché relève la répartition, en fonction de leur tranche d'âge, le nombre de personnes payant en francs et de celles payant en euros.

L'étude a été effectuée sur 1 500 clients. On a obtenu les résultats suivants :

- 30 % des clients avaient moins de 35 ans ;
- 200 personnes avaient plus de 70 ans, et celles-ci ont toutes payé leurs achats en francs ;
- 525 clients ont réglé leurs achats en euros, et parmi eux, 80 % étaient âgés de moins de 35 ans.

1. Recopier puis compléter le tableau suivant :

	Nombre de clients ayant payé en francs	Nombre de clients ayant payé en euros	TOTAUX
moins de 35 ans			
35 à 70 ans			
plus de 70 ans			
Totaux			1 500

2. On téléphone, au hasard, à l'un de ces 1 500 clients. On considère les évènements A et B suivants :

- A : « c'est un client âgé de plus de 35 ans » ;
- B : « c'est un client qui a payé en francs ».

- a. Calculer la probabilité de l'évènement A.
- b. Calculer la probabilité de l'évènement B.
- c. Définir concrètement, par une phrase, l'évènement $A \cap B$, puis calculer sa probabilité.
- d. En déduire la probabilité de l'évènement $A \cup B$. On donnera les résultats sous forme décimale.

3. On téléphone au hasard maintenant à un client qui a payé en francs.

- a. Quelle est la probabilité que ce client soit âgé de plus de 35 ans ? Donner la valeur arrondie au centième de cette probabilité.
- b. Traduire le dernier résultat par une phrase en terme de pourcentage.

4. Obtient-on le même résultat aux questions 2. c et 3. a ? Comment peut-on l'expliquer ?

EXERCICE 2

12 points

Dans tout l'exercice, on arrondira, si nécessaire, les résultats à l'euro près.

En janvier 2000, M. Dupond a créé une petite entreprise qui fabrique des ordinateurs haut de gamme. Pour des raisons de matériel et de personnel, l'entreprise ne peut pas fabriquer plus de 35 ordinateurs par mois.

On suppose que l'entreprise parvient à vendre toute sa production, quel que soit le nombre d'ordinateurs fabriqués.

Partie A : Lectures graphiques

Les courbes figurant en annexe représentent :

- le coût total de production (charges, salaires, matériel, etc ...), en centaines d'euros, en fonction du nombre d'ordinateurs produits (courbe C).
- la recette totale, en centaines d'euros, engendrée par la vente de ces x ordinateurs (droite R passant par 0).

Par exemple, 450 sur l'axe des ordonnées se lit : 45 000 euros.

1. a. Peut-on dire que la recette est proportionnelle au nombre d'ordinateurs vendus ? Pourquoi ?
b. Préciser le montant des coûts fixes.
2. a. Donner le coût total de production de 10 ordinateurs et faire apparaître le tracé sur le graphique.
b. En déduire le coût unitaire de production, c'est-à-dire le coût d'un ordinateur lorsqu'on en fabrique 10.
Quel est ce coût unitaire si l'on fabrique 15 ordinateurs ?
3. a. Donner, en justifiant, le bénéfice réalisé par l'entreprise suite à la production et à la vente de 10 ordinateurs.
b. L'entreprise réalise-t-elle des bénéfices quel que soit le nombre d'ordinateurs fabriqués ?
Si oui, justifier ; si non, pour quelles quantités d'ordinateurs est-elle bénéficiaire ?

Partie B : Étude de la fonction bénéfice

Les courbes R et C représentent en réalité les fonctions r et c définies pour x dans l'intervalle $[0 ; 35]$ par :

$$r(x) = 35x \quad \text{et} \quad c(x) = x^2 + 5x + 125,$$

où r est la recette, en centaines d'euros, engendrée par la vente de x ordinateurs, et c le coût total de production, en centaines d'euros, de x ordinateurs.

1. Montrer que la fonction B donnant le bénéfice en fonction du nombre x d'ordinateurs produits et vendus, est définie, pour x dans l'intervalle $[0 ; 35]$ par :

$$B(x) = -x^2 + 30x - 125.$$

2. a. Calculer $B'(x)$, où B' est la fonction dérivée de la fonction B .
b. Étudier le signe de $B'(x)$ sur l'intervalle $[0 ; 35]$ puis construire le tableau de variations complet de la fonction B .
c. Pour quelle quantité produite l'entreprise de M. Dupond réalisera-t-elle le bénéfice maximal ? Quel est alors ce bénéfice ?
d. En comparant le précédent résultat avec ceux de la partie A, que pensez-vous de l'affirmation suivante : « pour que le bénéfice soit maximal, il suffit que le coût unitaire soit le plus bas possible ».

Partie C : Application

*Cette partie peut être traitée même si les précédentes ne l'ont pas été.
Arrondir les résultats à l'euro le plus proche.*

1. On suppose que l'entreprise réalise 10 000 euros de bénéfice par mois lors de la 1^{re} année (en 2000). À la fin de l'année 2000, après avoir déduit impôts et investissements, M. Dupond constate un reste de 8 % du bénéfice de l'année ; il appelle cette somme « bénéfice net de l'année 2000 », en euros ; on la notera B_0 .

Montrer que $B_0 = 9\,600$.

Dans la suite, on appelle B_n le « bénéfice net » réalisé par l'entreprise pendant l'année 2000 + n .

2. Grâce à l'amélioration de l'outil de production, on suppose que le « bénéfice net » augmentera de 3 % chaque année.
- Calculer le « bénéfice net » B_1 réalisé au cours de l'année 2001.
 - Quelle est la nature de la suite (B_n) ? Justifier.
 - Donner le « bénéfice net » prévu en 2005.
 - À l'aide de la calculatrice, déterminer en quelle année le « bénéfice net de l'année » sera supérieur à 12 000 euros.

Annexe

