

**œ Baccalauréat STT A.C.A. - A.C.C. La Réunion œ**  
**juin 2003**

**EXERCICE 1**

**8 points**

Un pays en voie de développement comptait, en l'an 2000, trois millions d'enfants d'âge compris entre six et onze ans. Seuls 700 000 d'entre eux étaient scolarisés. Dans tout cet exercice, on comparera la « population d'âge scolaire », c'est à dire le nombre d'enfants dont l'âge est compris entre six et onze ans, et la « population scolarisée », c'est à dire le nombre des enfants d'âge scolaire qui sont inscrits dans une école. La population d'âge scolaire de ce pays augmente de 2 % par an et la population scolarisée augmente de 150 000 par an.

1. Recopier et compléter le tableau suivant :

Année	Population d'âge scolaire	Population scolarisée
2000	3 000 000	700 000
2001		
2002		
2003		

2. Quel est le pourcentage de la population scolarisée dans ce pays en 2000 et 2003 ?
3.  $n$  est un nombre entier positif. On note  $P_n$  la population d'âge scolaire de ce pays en l'an  $2000 + n$  et  $S_n$  la population scolarisée cette même année.
- Montrer que la suite  $(P_n)$  est une suite géométrique. En déduire l'expression de  $P_n$  en fonction de  $n$ .
  - Montrer que la suite  $(S_n)$  est une suite arithmétique. En déduire l'expression de  $S_n$  en fonction de  $n$ .
4. En s'aidant de la calculatrice, déterminer en quelle année on peut espérer que, pour la première fois, plus de la moitié de la population d'âge scolaire sera scolarisée.

**EXERCICE 2**

**12 points**

*Dans tout l'exercice, on arrondira, si nécessaire, les résultats à l'euro près.*

En janvier 2000, M. Dupond a créé une petite entreprise qui fabrique des ordinateurs haut de gamme. Pour des raisons de matériel et de personnel, l'entreprise ne peut pas fabriquer plus de 35 ordinateurs par mois.

On suppose que l'entreprise parvient à vendre toute sa production, quel que soit le nombre d'ordinateurs fabriqués.

**Partie A : Lectures graphiques**

Les courbes figurant en annexe représentent :

- le coût total de production (charges, salaires, matériel, etc ...), en centaines d'euros, en fonction du nombre d'ordinateurs produits (courbe  $\mathcal{C}$ ).
- la recette totale, en centaines d'euros, engendrée par la vente de ces  $x$  ordinateurs (droite  $R$  passant par O).

Par exemple, 450 sur l'axe des ordonnées se lit : 45 000 euros.

- Peut-on dire que la recette est proportionnelle au nombre d'ordinateurs vendus ? Pourquoi ?
  - Préciser le montant des coûts fixes.

2. a. Donner le coût total de production de 10 ordinateurs et faire apparaître le tracé sur le graphique.
- b. En déduire le coût unitaire de production, c'est-à-dire le coût d'un ordinateur lorsqu'on en fabrique 10.  
Quel est ce coût unitaire si l'on fabrique 15 ordinateurs ?
3. a. Donner, en justifiant, le bénéfice réalisé par l'entreprise suite à la production et à la vente de 10 ordinateurs.
- b. L'entreprise réalise-t-elle des bénéfices quel que soit le nombre d'ordinateurs fabriqués ?  
Si oui, justifier ; si non, pour quelles quantités d'ordinateurs est-elle bénéficiaire ?

### Partie B : Étude de la fonction bénéfice

Les courbes  $R$  et  $\mathcal{C}$  représentent en réalité les fonctions  $r$  et  $c$  définies pour  $x$  dans l'intervalle  $[0 ; 35]$  par :

$$r(x) = 35x \quad \text{et} \quad c(x) = x^2 + 5x + 125,$$

où  $r$  est la recette, en centaines d'euros, engendrée par la vente de  $x$  ordinateurs, et  $c$  le coût total de production, en centaines d'euros, de  $x$  ordinateurs.

1. Montrer que la fonction  $B$  donnant le bénéfice en fonction du nombre  $x$  d'ordinateurs produits et vendus, est définie, pour  $x$  dans l'intervalle  $[0 ; 35]$  par :

$$B(x) = -x^2 + 30x - 125.$$

2. a. Calculer  $B'(x)$ , où  $B'$  est la fonction dérivée de la fonction  $B$ .
- b. Étudier le signe de  $B'(x)$  sur l'intervalle  $[0 ; 35]$  puis construire le tableau de variations complet de la fonction  $B$ .
- c. Pour quelle quantité produite l'entreprise de M. Dupond réalisera-t-elle le bénéfice maximal ? Quel est alors ce bénéfice ?
- d. En comparant le précédent résultat avec ceux de la partie A, que pensez-vous de l'affirmation suivante : « pour que le bénéfice soit maximal, il suffit que le coût unitaire soit le plus bas possible ».

### Partie C : Application

*Cette partie peut être traitée même si les précédentes ne l'ont pas été. Arrondir les résultats à l'euro le plus proche.*

1. On suppose que l'entreprise réalise 10 000 euros de bénéfice par mois lors de la 1<sup>ère</sup> année (en 2000). À la fin de l'année 2000, après avoir déduit impôts et investissements, M. Dupond constate un reste de 8 % du bénéfice de l'année ; il appelle cette somme « bénéfice net de l'année 2000 », en euros ; on la notera  $B_0$ .

Montrer que  $B_0 = 9\,600$ .

Dans la suite, on appelle  $B_n$  le « bénéfice net » réalisé par l'entreprise pendant l'année  $2000 + n$ .

2. Grâce à l'amélioration de l'outil de production, on suppose que le « bénéfice net » augmentera de 3 % chaque année.
  - a. Calculer le « bénéfice net »  $B_1$  réalisé au cours de l'année 2001.
  - b. Quelle est la nature de la suite  $(B_n)$  ? Justifier.
  - c. Donner le « bénéfice net » prévu en 2005.

- d. À l'aide de la calculatrice, déterminer en quelle année le « bénéfice net de l'année » sera supérieur à 12 000 euros.

### Annexe

