

🌀 Baccalauréat STT ACC - ACA Antilles-Guyane 🌀
septembre 2002

Durée : 2 heures

Coefficient : 2

Calculatrice autorisée

Exercice

8 points

Le tableau suivant donne le chiffre d'affaires (en milliers de francs) d'une entreprise de 1992 à 1999.

Année	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999
Rang x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
Chiffre d'affaires y_i	1 660	1 810	1 980	2 170	2 350	2 480	2 650	2 850

1. Représenter dans un repère orthogonal, les points de coordonnées $(x_i ; y_i)$, pour i variant de 1 à 8.
On choisira :
 - 1 cm pour 1 unité sur l'axe des abscisses,
 - 1 cm pour 100 milliers de francs sur l'axe des ordonnées qui sera gradué à partir de 1 400.
2. Soit G le point moyen du nuage.
 - a. Calculer les coordonnées de G et placer G sur le graphique.
 - b. On choisit pour ajustement affine du nuage, la droite Δ , d'équation $y = 170x + 1 475$. Tracer la droite Δ sur le graphique.
3.
 - a. Le chiffre d'affaires réalisé en 2001 est de 485 000 euros. Sachant que la parité de l'euro est 6,559 57 F, ce chiffre d'affaires est-il cohérent avec l'ajustement choisi ?
 - b. Calculer la valeur du chiffre d'affaires prévu pour 2002 à l'aide de l'ajustement choisi.
4. Donner le pourcentage d'évolution, arrondi à l'entier le plus proche, du chiffre d'affaires de l'entreprise de 1992 à 1999.

Problème

12 points

Une entreprise qui fabrique des vases fait une étude sur une production comprise entre 0 et 50 vases. Le coût de production, en euros, de x objets fabriqués est donné par :

$$C(x) = x^2 + 30x + 400 \quad \text{pour } x \in [0 ; 50].$$

Partie A

1. Calculer $C(0)$. En déduire les frais fixes de l'entreprise.
2. Quel est le coût de production de 20 vases ?
3. Quel est le coût de production par vase, lorsque l'entreprise fabrique 20 vases ?
Ce résultat est appelé coût unitaire moyen pour 20 vases fabriqués.
4. Soit $f(x)$ le coût unitaire moyen pour x vases fabriqués.
Exprimer $f(x)$ en fonction de x pour $x \in [5 ; 50]$.

Partie B

On donne la fonction f définie par :

$$f(x) = x + 30 + \frac{400}{x}, \quad x \in [0 ; 50].$$

x est exprimé en euros.

1. a. Calculer $f'(x)$.
b. Montrer que $f'(x) = \frac{(x-20)(x+20)}{x^2}$.
2. a. Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[5; 50]$, et en déduire le sens de variation de f sur l'intervalle $[5; 50]$.
b. Dresser le tableau des variations de f sur l'intervalle $[5; 50]$.
3. Reproduire et compléter le tableau suivant :

x	5	10	15	20	30	40	50
$f(x)$			71,7		73,3		

4. Tracer la courbe représentative \mathcal{C} de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthogonal d'unités :
1 cm pour 5 vases en abscisses ;
1 cm pour 5 euros en ordonnées, en commençant la graduation à 60.

Partie C

Dans cette partie le nombre de vases fabriqués est compris entre 5 et 50.

1. Combien l'usine doit-elle fabriquer de vases pour que le coût unitaire moyen soit minimal ? Indiquer ce coût.
2. Chaque vase est vendu 80 euros.
 - a. Construire sur le graphique précédent la droite Δ , d'équation $y = 80$, et déterminer graphiquement les coordonnées des points d'intersection de \mathcal{C} et de Δ .
 - b. En déduire l'intervalle de production pour lequel l'entreprise réalise un bénéfice.
3. a. Exprimer en fonction de x , le prix de vente $V(x)$ réalisé lorsque l'entreprise vend x vases.
b. En utilisant la fonction coût $C(x)$ exprimée dans la **partie A**, donner l'expression du bénéfice $B(x)$ en fonction de x .
c. Calculer $B(10)$ et $B(40)$, puis $B(30)$. Ces résultats coïncident-ils avec ceux du **C 2 b** ?