Baccalauréat STT A.C.C. – A.C.A. Métropole juin 2002

Exercice 1 **8 points**

Afin d'acquérir et d'aménager une boutique du centre ville, un investisseur décide de contracter un emprunt d'un montant de 100 000 euros. Dans le but d'obtenir les meilleures conditions pour ce prêt, il a contacté deux banques A et B.

1. La banque A lui propose de rembourser ce prêt sur 7 ans, en 7 annuités, chacune des annuités étant un des termes consécutifs d'une suite arithmétique de premier terme $u_0 = 15000$ euros (montant du premier remboursement) et de raison $a = 1800$ euros.
   - **a.** Calculer le montant de chacun des trois versements suivants, notés u_1, u_2 et u_3.
   - **b.** Quel est le montant du dernier versement, noté u_6 ?
   - **c.** Quelle serait la somme totale finalement remboursée si l'investisseur acceptait la proposition de la banque A ?
2. La banque B lui propose également de rembourser ce prêt sur 7 ans en 7 versements mais à des conditions différentes de celles de la banque A. Le premier remboursement annuel, noté v_0, serait d'un montant de 20 000 euros ; les remboursements suivants notés v_1, v_2, v_3, v_4, v_5 et v_6, seraient chacun en augmentation de 2 % par rapport au remboursement précédent.
   - **a.** Calculer v_1 et v_2.
   - **b.** Préciser par quel calcul on passe de v_0 à v_1, de v_1 à v_2 ?
   - **c.** Montrer que v_0, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5 et v_6 sont les termes consécutifs d'une suite géométrique dont vous donnerez la raison b.
   - **d.** Quelle serait la somme totale finalement remboursée si l'investisseur acceptait la proposition de la banque B ? (donner la valeur arrondie à l'euro le plus proche).
3. Quelle banque offre à notre emprunteur la solution la plus avantageuse ?

Exercice 2 **12 points**

Partie A

Un commerçant a ouvert en janvier 2001 une boutique au centre ville. Il a relevé sur les dix premiers mois de l'année 2001 le nombre de clients ayant effectué un achat dans sa boutique et a obtenu le tableau suivant :

Mois	janv.	fév.	mars	avril	mai	juin	juillet	août	sept.	oct.
Rang du mois x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nombre de clients y_i	900	850	750	800	950	900	950	850	1 050	1 000

1. Représenter le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans un repère orthogonal.
   On prendra pour unités 1 cm pour 1 mois sur l'axe des abscisses qui sera gradué jusqu'à 16 et 1 cm pour 100 clients sur l'axe des ordonnées.
2. On appelle G_1 et G_2 les points moyens des sous-nuages constitués d'une part par les cinq premiers points, d'autre part par les cinq derniers points.
   - **a.** Calculer les coordonnées de G_1 et de G_2.

b. Placer les points G_1 et G_2 dans le repère précédent et tracer la droite (G_1G_2).

c. Donner une équation de la droite (G_1G_2) en indiquant les calculs faits.

3. On considère que la droite (G_1G_2) donne une bonne approximation du nombre de clients fréquentant chaque mois la boutique.

a. Déduire graphiquement une estimation du nombre de clients en janvier 2002, en faisant apparaître tous les tracés utiles.

b. Déduire graphiquement, en faisant apparaître également tous les tracés utiles, à partir de quel mois le nombre de clients sera supérieur à 1 100.

c. Retrouver les deux résultats précédents par le calcul.

Partie B

Soit f la fonction définie pour tout x de l'intervalle $[1\,;16]$, par :

$$f(x) = \frac{1200x - 900}{x}.$$

« *Mis à part pour le premier mois où la publicité faite autour de l'ouverture de votre commerce a augmenté notablement votre clientèle, il me semble que la fonction f que je vous propose correspond bien à une vision correcte, quoique légèrement optimiste, de l'évolution de votre clientèle* ». Ainsi parlait un spécialiste en marketing en s'adressant au commerçant.

1. Pour tout nombre réel x de l'intervalle $[1\,;16]$, calculer $f'(x)$ et vérifier que $f'(x)$ est strictement positif, (f' désigne la fonction dérivée de la fonction f).

2. Dresser le tableau de variations de f sur $[1\,;16]$.

3. Reproduire et compléter le tableau suivant (en arrondissant à l'unité les résultats, si nécessaire)

x	1	2	3	6	9	12	16
$f(x)$				1 050			

4. Dans le même repère que celui utilisé à la question **1** de la **partie A** tracer la courbe représentative de la fonction f sur l'intervalle $[1\,;16]$.