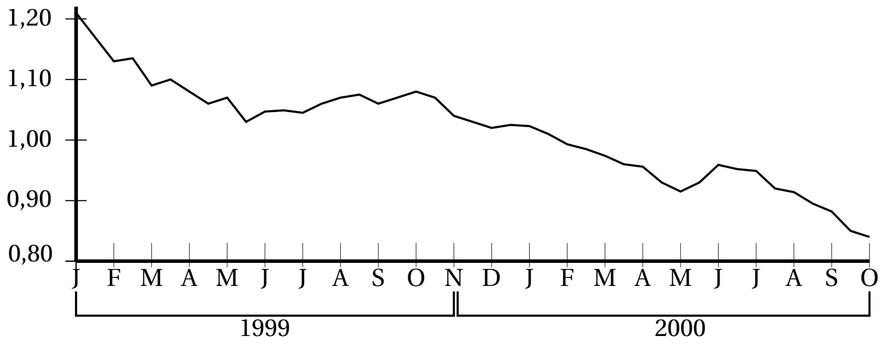
Baccalauréat STT C. G. – I. G. Antilles-Guyane septembre 2002

Exercice 1 **4 points**

En octobre 2000, on donne la représentation de l'euro en dollar depuis sa création. On veut réaliser un ajustement affine de cette courbe.



On relève au début du mois, tous les deux mois à partir de début janvier 1999, la valeur de l'euro en dollar. On obtient le tableau statistique suivant :

Année	1999						2000					
Mois	J	M	M	J	S	N	J	M	M	J	S	N
Rang x_i du mois	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23
Valeur y_i de l'euro	1,20	1,10	1,07	1,04	1,07	1,06	1,03	0,98	0,90	0,95	0,89	0,83

1. Représenter le nuage de points associé à ce tableau statistique dans un repère orthogonal (unité : 1 cm pour 1 en abscisse et $2,5$ cm pour $0,1$ en ordonnées). On commencera la graduation de l'axe des ordonnées à partir de $0,70$.
2. Calculer les coordonnées du point moyen C du nuage et le placer sur le graphique.
3. **a.** On considère les points A(5 ; 1,07), B(21 ; 0,89) et C(7 ; 1,04).

   Tracer les droites (AB) et (CC).

   Quelle est la droite qui vous semble réaliser le meilleur ajustement affine du nuage ?

   Trouver l'équation réduite de la droite choisie. On donnera la valeur arrondie des coefficients à 10^{-3} près.

   b. En utilisant la droite choisie au 3. a., quelle estimation de l'euro en dollar pouvait-on prévoir début janvier 2001 ?

Exercice 2 **6 points**

Un grand distributeur de jouets reçoit son stock d'un fournisseur asiatique possédant trois ateliers A. B et C. Les jouets sont contrôlés pour vérifier s'ils sont conformes aux normes de la Communauté Européenne (CE.). Sur un échantillon de mille jouets de la livraison, on a :

- 8,4 % des jouets non conformes ;
- 45 % des jouets proviennent de l'atelier B ; parmi les jouets provenant de l'atelier B, 6 % ne sont pas conformes ;
- 25 % des jouets non conformes proviennent de l'atelier A ;
- 264 jouets provenant de l'atelier C sont conformes.

Remarque : On donnera tous les résultats sous forme décimale.

1. Reproduire et compléter le tableau ci-dessous :

Contrôle/Provenance	A	B	C	TOTAL
Conforme				
Non Conforme		27		84
TOTAL		450		1 000

2. On prélève un jouet au hasard dans l'échantillon. On suppose qu'il y a équiprobabilité de tous les prélèvements.
Calculer la probabilité des évènements suivants.
   a. « Le jouet est conforme ».
   b. « Le jouet provient de l'atelier A ou de l'atelier B ».
   c. « Le jouet provient de l'atelier B et n'est pas conforme ».
3. On choisit maintenant au hasard, dans l'échantillon, un jouet provenant de l'atelier C Quelle est la probabilité qu'il ne soit pas conforme ?
4. **a.** Quel est le pourcentage de jouets non conformes dans la livraison de chaque atelier ?
   b. Au vu des pourcentages trouvés, le distributeur décide de n'acheter que des jouets fabriqués dans les ateliers A et B, dans les proportions : 40 % pour l'atelier A et 60 % pour l'atelier B. Sur un échantillon de 1 000 jouets quel est alors le pourcentage de jouets non conformes ?
   c. Sachant que le pourcentage acceptable de jouets non conformes est de 7 %, le distributeur va-t-i1 continuer à se fournir chez ce fabricant ?

Problème **10 points**

Partie A

Soit la fonction g définie sur l'intervalle $\left[\frac{1}{4}\ ;\ +\infty\right[$ par :

$$g(x) = x^2 + 1 - 2\ln x$$

dont on donne le tableau de variation :

x	$\frac{1}{4}$		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$		$\searrow$		$\nearrow$	

1. Calculer $g(1)$.
2. En déduire que $g(x)$ est positif pour x appartenant à $\left[\frac{1}{4}\ ;\ +\infty\right[$.

Partie B

Soit la fonction f définie sur $\left[\frac{1}{4}\ ;\ +\infty\right[$ par :

$$f(x) = x - 2 + \frac{1}{x} + \frac{2\ln x}{x}$$

et $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthogonal (unités : 2 cm sur l'axe des abscisses, 1 cm sur l'axe des ordonnées).

1. **a.** Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$, en justifiant soigneusement le résultat.

b. Déterminer la dérivée f' de f, montrer que $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$.

c. Établir le tableau de variation de f.

2. Montrer que la droite $\mathcal{D}$ d'équation $y = x - 2$ est asymptote à la courbe.

3. a. Reproduire et compléter le tableau de valeurs ; on arrondira les résultats à 10^{-2} près.

x	0,25	0,5	0,75	1	1,5	2	4	6	8	10
$f(x)$										

b. Tracer $\mathcal{D}$ et $\mathcal{C}$ dans le repère.

4. a. Montrer que la fonction F définie par :

$$F(x) = \frac{x^2}{2} - 2x + \ln x + (\ln x)^2$$

est une primitive de f sur $\left[\frac{1}{4}\ ;\ +\infty\right[$.

b. Calculer l'aire du domaine plan ensemble des points $M(x\ ;\ y)$ tels que :

$$\left\{\begin{array}{ccccc} 1 & \leqslant & x & \leqslant & \text{e} \\ 0 & \leqslant & y & \leqslant & f(x) \end{array}\right.$$

On donnera la valeur exacte et la valeur approchée à 10^{-2} près en cm^2.