∽ Baccalauréat STT C.G - G.I. La Réunion juin 2003 ∾

EXERCICE 1 **5 points**

L'association sportive d'un lycée compte 240 adhérents, parmi lesquels il y a 130 demi-pensionnaires, les autres adhérents étant externes.
Ces adhérents doivent choisir un sport et un seul parmi les trois proposés : le basket-ball, le volley-ball et la natation.

- 66 adhérents ont choisi le basket-ball ;
- 30 % des adhérents ont choisi le volley-ball, dont 40 demi-pensionnaires ;
- 25 % des adhérents sont des demi-pensionnaires ayant choisi la natation.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant :

	Basket-ball	Volley-ball	Natation	Total
Demi-pensionnaire				130
Externes				
Total				240

2. Dans cette question, les réponses seront données à 10^{-3} près.

a. Un élève est choisi au hasard parmi les 240 adhérents de l'association sportive. Quelle est la probabilité de chacun des évènements suivants :

- A_1 : « l'adhérent a choisi le basket-ball » ;
- A_2 : « l'adhérent est externe » ;
- A_3 : « l'adhérent est externe et a choisi le basket-ball » ;
- A_4 : « l'adhérent n'a pas choisi la natation » ?

b. Calculer la probabilité de l'évènement $A_1 \cup A_2$.

c. Un adhérent est choisi au hasard parmi les externes. Quelle est la probabilité qu'il pratique le volley-ball ?

EXERCICE 2 **4 points**

La taille moyenne d'un jeune enfant est donnée par le tableau suivant :

Âge x_i en mois	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33
Taille y_i en cm	66	71	74	77	80	83	85	88	90	92

1. Représenter le nuage des points de coordonnées (xi ; y) dans un repère orthogonal (1 cm représente 2 mois en abscisses, 1 cm représente 5 cm en taille en ordonnées).

2. Calculer les coordonnées du point moyen G_1 associé aux cinq premières valeurs puis celles du point moyen G_2 associé aux cinq dernières valeurs. Tracer sur le graphique la droite (G_1G_2).

3. Estimer graphiquement à partir de quel âge, en mois, la taille d'un enfant dépasse 95 cm ?

4. Déterminer une équation de la droite d'ajustement (G_1G_2).

5. Déduire de la question précédente une estimation de la taille, au centimètre près, d'un enfant de 38 mois.

PROBLÈME **11 points**

Partie A

Soit g la fonction définie sur $\left[\frac{1}{\mathrm{e}}~;~+\infty\right[$ par :

$$g(x) = x^2 + 2 - 2\ln(x).$$

1. Montrer que $g'(x) = \dfrac{2\left(x^2-1\right)}{x}$.
2. En déduire le sens de variation de la fonction g. (Aucun calcul de limite n'est demandé dans cette partie, mais on précisera la valeur du minimum.)
3. Expliquer comment en déduire que g est strictement positive sur $\left[\frac{1}{\mathrm{e}}~;~+\infty\right[$.

Partie B

Soit f la fonction définie sur $\left[\frac{1}{\mathrm{e}}~;~+\infty\right[$ par :

$$f(x) = x + 2 + 2\frac{\ln(x)}{x}$$

et $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal $\left(\mathrm{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$ d'unité 1 cm.

1. Calculer la valeur exacte de $f\left(\frac{1}{\mathrm{e}}\right)$ puis en donner une valeur approchée à 10^{-2} près.
2. Étudier $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} f(x)$.
3. Montrer que la droite $\mathscr{D}$, d'équation $y = x + 2$, est asymptote à $\mathscr{C}_f$.
4. Calculer $f'(x)$ et vérifier que $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$.
5. À l'aide de la partie A, étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire le tableau de variations de f.
6. Représenter $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{D}$.

Partie C

En octobre 2000, on donne la représentation de l'euro en dollar depuis sa création.
On veut réaliser un ajustement affine de cette courbe.
Une entreprise fabrique une quantité x (en tonnes) d'un certain produit pour un coût total noté $c(x)$ et un prix de vente total noté $p(x)$.
On admettra que $x, c(x)$ et $p(x)$ vérifient :

$$x \geqslant 0,6, \quad c(x) = x + 2 \quad \text{et} \quad p(x) = x + 2 + 2\frac{\ln(x)}{x}.$$

À l'aide du graphique précédent, répondre aux questions suivantes, en expliquant la méthode utilisée.

1. Pour quelles quantités de produit l'entreprise réalise-t-elle un bénéfice ?
2. Pour quelle quantité de produit l'entreprise réalise-t-elle un bénéfice maximal ?