Baccalauréat STT C.G-G.I. Nouvelle-Calédonie novembre 2003

EXERCICE 1 **4 points**

Un journal financier hebdomadaire propose à ses lecteurs chaque semaine une prévision faite par 100 analystes financiers.
L'indice CAC 40 est composé des quarante plus grandes sociétés cotées à la bourse de Paris.
L'indice NM (nouveau marché) est composé principalement de petites valeurs de haute technologie.
Pour la semaine qui vient, chaque analyste prévoit l'évolution d'un seul des deux indices :

— soit l'évolution du CAC 40, sous la forme : Hausse, Stable, ou Baisse ;
— soit l'évolution de l'indice NM sous la forme : Hausse, Stable, ou Baisse.

Sur les 100 analystes financiers, 80 prévoient l'évolution du CAC 40, et parmi ceux-ci :

- 70 % prévoient la hausse de l'indice
- 10 % prévoient un marché stable de cet indice.

De plus, sur les 100 analystes, 12 au total prévoient que l'indice qu'ils suivent va rester stable.
Deux parmi les analystes qui suivent l'indice NM prévoient une baisse de cet indice.

1. Recopier et compléter le tableau suivant :

	CAC 40	NM	Total
Hausse			
Stable			12
Baisse		2	
Total	80		100

Les résultats des probabilités demandées dans les questions **2, 3 et 4** *seront donnés sous forme de fraction, puis sous forme décimale arrondie au centième.*

2. On choisit au hasard un analyste financier parmi les 100.
Calculer les probabilités des évènements suivants :
A : « l'analyste prévoit une baisse de l'indice CAC 40 »,
B : « l'analyste prévoit une hausse de l'indice NM ».

3. On choisit au hasard un analyste qui suit l'indice NM.
Calculer la probabilité pour que cet analyste prévoie une hausse du nouveau marché.

4. On choisit au hasard un analyste qui prévoit un marché stable.
Calculer la probabilité pour que cet analyste suive l'évolution de l'indice du CAC 40.

EXERCICE 2 **5 points**

Partie A

1. Représenter graphiquement dans un repère orthonormal $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 1 cm, les droites D_1, D_2 et D_3 d'équations respectives :
$D_1 \quad : \quad x + y = 8$
$D_2 \quad : \quad x + 2y = 16$
$D_3 \quad : \quad 4x + y = 22.$
Déterminer, à l'aide d'un calcul les coordonnées du point d'intersection des droites D_2 et D_3.

2. Résoudre graphiquement le système d'inéquations suivant :

$$\left\{\begin{array}{lcl} x & \geqslant & 0 \\ y & \geqslant & 0 \\ x+y & \geqslant & 8 \\ x+2y & \leqslant & 16 \\ 4x+y & \leqslant & 22 \end{array}\right.$$

On hachurera l'ensemble des points dont les coordonnées ne sont pas solutions du système.

Partie B

Un artisan joaillier se voit confier par une bijouterie le travail suivant :
Il doit fabriquer deux types de bagues avec des rubis et des saphirs.
Une bague de type A possède 1 rubis et 4 saphirs.
Une bague de type B possède 2 rubis et 1 saphir.
Par semaine, l'artisan doit fabriquer au moins 8 bagues et il dispose au maximum de 16 rubis et de 22 saphirs.
On note x le nombre de bagues de type A fabriquées et y te nombre de bagues de type B fabriquées. Les nombres x et y sont des nombres entiers.

1. Déterminer un système d'inéquations portant sur x et y traduisant les contraintes du problème.
2. Représenter sur le graphique de la partie A, les points dont les coordonnées x et y satisfont aux contraintes du problème.
3. Déterminer le nombre maximal de bagues que cet artisan peut fabriquer chaque semaine.

   Expliquer la démarche utilisée.

PROBLÈME **11 points**

On donne sur un feuille réponse fournie en annexe et **à rendre avec la copie** la représentation graphique $\mathscr{C}_f$, d'une fonction f définie sur l'intervalle $\text{I} = [-2,5\ ;\ +\infty[$.
Le repère choisi $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ est orthonormal et d'unité graphique 2 cm.

Partie A : Observation de la courbe $\mathscr{C}_f$

En utilisant la courbe $\mathscr{C}_f$ répondre, sans justification, aux questions suivantes :

1. Quelles sont les valeurs de $f(0)$ et de $f'(-1)$?
2. Encadrer chacune des deux solutions de l'équation $f(x) = 0$, par deux entiers consécutifs.
3. Que peut-on prévoir quant à la limite de la fonction f en $+\infty$?

Partie B : étude de la fonction f

La fonction f ainsi représentée est définie dans $\text{I} = [-2,5\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = (x+2)\text{e}^{-x} - 1.$$

1. **a.** Vérifier que, pour tout réel x supérieur ou égal à $-2,5$, on a : $f(x) = \dfrac{x}{\text{e}^x} + \dfrac{2}{\text{e}^x} - 1$.

   b. On sait que $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{\text{e}^x}{x}$. En déduire $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{x}{\text{e}^x}$, puis $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

c. En déduire que la courbe $\mathscr{C}_f$, admet une asymptote que l'on précisera.

2. Calculer $f'(x)$; résoudre dans l'intervalle I l'équation $f'(x) = 0$ puis l'inéquation
$f'(x) \geqslant 0$.

3. Soit T La tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$, au point d'abscisse 0.
Construire la droite T sur le graphique donné en annexe.

Partie C : Calcul d'une aire

1. a. Soit g la fonction définie sur $\text{I} = [-2,5\ ;\ +\infty[$ par :

$$g(x) = (x+2)\text{e}^{-x}.$$

Prouver que la fonction G définie sur I par : $G(x) = (-x-3)\text{e}^{-x}$ est une primitive, sur I, de la fonction g.

b. Déterminer alors une primitive de la fonction f sur I.

c. En déduire la valeur exacte de l'intégrale $\displaystyle\int_{-1}^{0} f(x)\,\text{d}x$.

2. a. Hachurer, sur le graphique donné en annexe, le domaine du plan compris entre les droites d'équation $x = -1$, $x = 0$, $y = 0$ et la courbe $\mathscr{C}_f$.

b. Calculer l'aire, exprimée en cm^2, du domaine hachuré. On donnera la valeur exacte et sa valeur arrondie au centième.

T.S.V.P.

Annexe
À COMPLÉTER ET À RENDRE AVEC LA COPIE