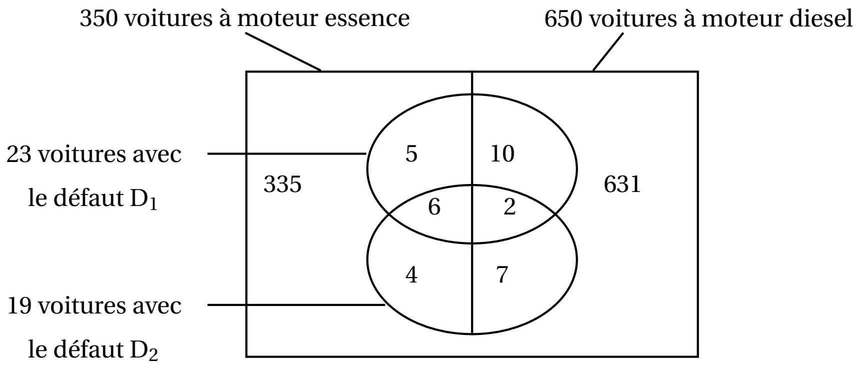
Baccalauréat STT C.G. – I.G. Métropole septembre 2001

Durée : 3 heures Coefficient : 4

Exercice 1 **5 points**

Avant de commercialiser une voiture, un constructeur fabrique une pré-série de 1 000 véhicules afin d'en étudier les éventuels défauts. Ces voitures fonctionnent, soit avec un moteur essence, soit avec un moteur diesel.
Deux types de défauts, notés D_1 et D_2, sont apparus.
Voici le schéma que l'on a pu construire à l'issue de l'étude :



Chaque voiture possède un numéro de série inscrit sur une clé, un employé mélange toutes les clés.
On choisit au hasard l'une d'entre elles.
Dans la suite de l'exercice, tous les résultats seront donnés sous forme décimale.

1. On considère les évènements suivants :
A « la clé est celle d'une voiture à moteur diesel »,
B « la clé est celle d'une voiture ne présentant aucun défaut »,
C « la clé est celle d'une voiture présentant un seul défaut ».

- **a.** Calculer les probabilités suivantes : $p(A)$, $p(B)$ et $p(C)$.
- **b.** Définir par une phrase l'évènement $A \cap B$, puis calculer $p(A \cap B)$.

2. On note $\overline{A}$ l'évènement contraire de A.
Définir par une phrase l'évènement $\overline{A} \cap C$, puis calculer $p\left(\overline{A} \cap C\right)$.

- **a.** Le constructeur décide le lancement en série des voitures à condition que plus de 98 % des voitures à moteur diesel, et plus de 95 % des voitures à moteur essence ne présentent aucun défaut.
Le lancement en série peut-il débuter ? Justifier.
- **b.** Une nouvelle directive décide le démarrage en série si moins de 3,5 % de l'ensemble des voitures présentent au moins un défaut.
La construction en série peut-elle démarrer ? Justifier.

Exercice 2 **5 points**

Les espaces publicitaires d'un magazine sont soumis à deux contraintes :
- D'une part, il ne doit pas y avoir plus de 20 publicités.

• D'autre part, l'aire du domaine occupé par l'ensemble de la publicité ne doit pas dépasser 2 240 cm^2.
Dans ce magazine, il existe deux types de formats publicitaires :
• Un « grand format » d'aire 224 cm^2 ;
• Un « petit format » d'aire 64 cm^2.
On appelle x le nombre de publicités « grand format » et y le nombre de publicités « petit format ».

1. **a.** Justifiez que les couples d'entiers $(x,\ y)$ vérifiant les contraintes de l'énoncé sont solutions du système (S) suivant :

$$\left\{\begin{array}{lcl} x & \geqslant & 0 \\ y & \geqslant & 0 \\ x+y & \leqslant & 20 \\ 7x+2y & \leqslant & 70 \end{array}\right.$$

b. Représenter graphiquement l'ensemble des points $M(x,\ y)$ vérifiant le système (S) dans un repère orthonormal d'unité 1 cm. (On hachurera la partie du plan qui ne convient pas).

2. Le magazine réalise un bénéfice de 1 200 F par publicité « grand format » et de 600 F par publicité « petit format ».

a. Exprimer le bénéfice B dégagé par l'édition de x publicités « grand format » et y publicités « petit format ».

b. Représenter graphiquement la droite Δ du bénéfice dans le cas où B = 12 000 F.

c. Expliquer la méthode graphique qui permet de déterminer les nombres x et y de publicités induisant un bénéfice maximal pour le magazine. Calculer ce bénéfice.

Problème **10 points**

Partie A : Étude d'une fonction

Soit f la fonction définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = 1 - \frac{1}{x} + \ln x.$$

On note $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal,(unité : 2 cm sur chaque axe).

1. **a.** Déterminer $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$. Interpréter ce résultat pour $\mathcal{C}$.

b. Déterminer $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$.

2. **a.** Montrer que la dérivée f' de f est définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par $f'(x) = \dfrac{x+1}{x^2}$.

b. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $]0\ ;\ +\infty[$ et dresser le tableau de variation de f.

c. Calculer $f(1)$ et, à l'aide du tableau de variations, étudier le signe de $f(x)$ sur $]0\ ;\ +\infty[$.

3. Déterminer une équation de la tangente T à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 1.

4. **a.** Recopier et compléter le tableau suivant. On donnera des valeurs approchées à 0,1 près.

x	0,2	0,5	1	2	4	6	8
$f(x)$							

b. Tracer la courbe $\mathcal{C}$ et la droite T.

Partie B Calcul d'une aire

1. Montrer que la fonction F, définie sur $]0~;~+\infty[$ par

$$F(x) = (x-1)\ln x$$

   est une primitive de f sur cet intervalle.
2. Hachurer la partie D du plan limitée par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et la droite d'équation $x = \text{e}$.
3. Calculer la valeur exacte en cm^2 de l'aire de ta partie D. Donner une valeur approchée à 10^{-2} près de cette aire.