∽ Baccalauréat STT C. G.–I. G. ∾
Nouvelle–Calédonie décembre 2002

EXERCICE 1 **8 points**

Les tableaux suivants donnent l'évolution du nombre de transistors présents dans divers microprocesseurs sortis sur le marché depuis 1971.

Année	1971	1974	1979	1982	1985
N : Nombre de transistors	2 300	6 000	29 000	134 000	275 000
x : rang de l'année	1	4	9	12	15
$Y = \ln N$					

Année	1989	1993	1995	1997	1999
N : Nombre de transistors	1 200 000	3 100 000	5 500 000	7 500 000	9 500 000
x : rang de l'année	19	23	25	27	29
$Y = \ln N$					

1. Compléter les deux dernières lignes de ces tableaux. On arrondira les résultats à 10^{-1} près.
2. **a.** En prenant pour unités 1 cm pour 2 ans sur l'axe des abscisses, 1 cm pour une unité sur l'axe des ordonnées, représenter le nuage de points relatif à la série double $(x\ ;\ y)$.

   b. Déterminer les coordonnées du point moyen G qu'on placera dans le repère. On arrondira les résultats à 10^{-1} près.
3. On suppose que l'évolution du nombre de transistors se poursuit suivant le même modèle jusqu'en 2001.

   Dans cette question, on utilisera la droite d'équation $y = 0,3x + 7,8$ comme droite d'ajustement.

   Donner, à un million près, une estimation du nombre N de transistors du microprocesseur sorti en 2001.

EXERCICE 2 **5 points**

Un restaurant sert 300 couverts par service, en proposant un menu à 16 euros et un menu à 24 euros. Pour l'inauguration de son restaurant, le gérant offre à chacun de ses clients soit un café, soit un apéritif.
60 % des clients ont choisi un café, les autres un apéritif.
La moitié des clients ont choisi un menu à 24 euros avec un café.
Parmi ceux qui choisissent le menu à 24 euros, 75 % ont choisi un café.

1. Compléter le tableau ci-dessous.

	Menus à 16 €	Menus à 24 €	Total
Clients ayant choisi un café			180
Clients ayant choisi un apéritif			
Total			300

2. On choisit un client au hasard parmi les 300 et on suppose que tous les clients ont la même probabilité d'être choisis. On est en situation d'équiprobabilité.

   On considère les évènements suivants :

   A : « le client a choisi un menu à 16 euros »,

   B : « le client a choisi un apéritif ».

a. Définir par une phrase l'évènement $A \cap B$.

b. Calculer les probabilités des évènements A, B et $A \cup B$.

3. Un client a choisi un café. Déterminer, à 10^{-2} près par défaut, la probabilité que ce client ait choisi un menu à 24 euros.

PROBLÈME **10 points**

On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \frac{4e^x - 1}{2e^x + 1}.$$

On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal (unité graphique : 2 cm).

1. Montrer que $f(x)$ peut aussi s'écrire : $f(x) = 2 - \dfrac{3}{2e^x + 1}$.

2. En utilisant l'une ou l'autre écriture de $f(x)$, calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.

Interpréter graphiquement les résultats.

3. Calculer la dérivée f', étudier le signe de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$ et établir le tableau des variations de f.

4. Déterminer les coordonnées des points d'intersection A et B de la courbe $\mathscr{C}$ avec les axes du repère.

5. Tracer la courbe $\mathscr{C}$ et ses asymptotes dans le repère.

6. On souhaite calculer l'aire de la partie de plan limitée par l'axe des abscisses, la courbe et les droites d'équations respectives $x = 0$ et $x = 2$.

a. Hachurer cette surface et écrire l'intégrale I permettant de calculer cette aire.

b. Désirant avoir une primitive F de f sur $\mathbb{R}$, un élève demande à deux camarades possédant une calculatrice avec un logiciel de calcul formel une primitive, et ils lui proposent respectivement :

$$F_1(x) = 2x - 3\ln(2e^x + 1) \qquad F_2(x) = -x + 3\ln(2e^x + 1).$$

Prouver que l'une de ces deux réponses est juste.

c. Calculer alors la valeur exacte de l'intégrale I.

Exprimer, en cm^2 l'aire de la surface hachurée, puis en donner une valeur approchée à 10^{-2} près.